

四庫全書

子部

欽定四庫全書

歷算全書卷五十四

宣城梅文鼎撰

三角法舉要卷五

測量 三角用法算例已具茲則舉高深廣遠以徵諸實事亦與算例互相補備也

一測高

一測遠

一測斜坡

一測深

附隔水量田

附解測量全義

加戊丙表一丈

即丁乙

共得塔高十六丈

甲乙

凡用象限儀以垂線作角與用指尺同理

指尺即闕衡亦曰闕管亦曰闕箭

若戊丙表立於高所當更加立處之高以為塔高

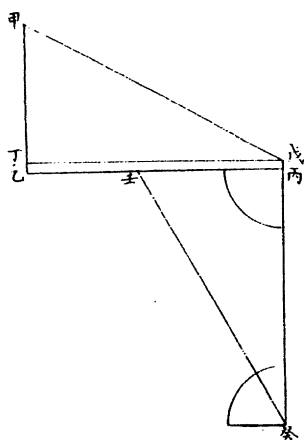
省算法從表根丙平安象限

以一邊指塔根乙一邊指癸

乃順丙癸直線行至癸得三

十丈與丙乙等復於癸平安

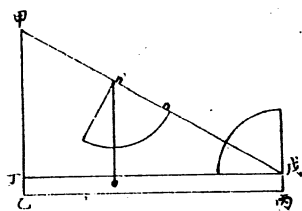
象限作癸角與戊角等邊指



三角測高第一術

自平測高

假如有塔不知其高距三十丈立表一丈用象限儀測得
高二十六度三十四分弱依切線術求得塔高一十六丈



一半徑

一〇〇〇〇〇

二 戊角切線

五〇〇〇〇

三 距塔根

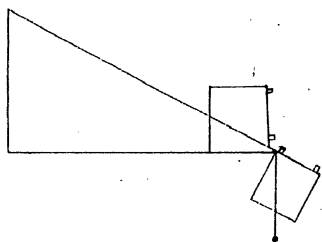
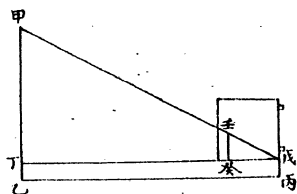
丙乙即
戊丁

三十丈

四 塔頂高

甲丁 是截
算表端以上

十五丈



之距或兩倍從癸數至癸直線之

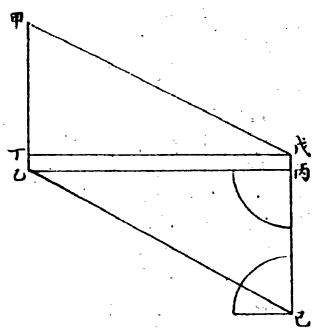
分即甲丁之距也先以二分爲丈今或三分爲丈今

亦同

用矩度以垂線作角其用亦同

丙尺指壬則壬丙遠即甲丁之高

亦加丁乙為塔高

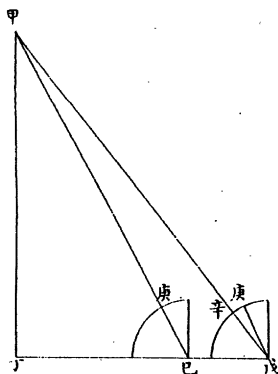
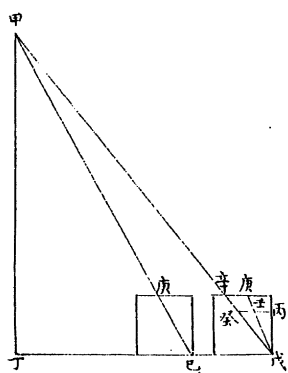


論曰癸角同戊角丙癸同丙乙丙
與乙並正角則兩句股形等立面
與平面一也

已丙之距即同甲丁之高

又術自丙向癸却行以象限平安
邊指丙尺指乙求作戊之餘角得

又省算法用有細分矩度自戊數至癸令其分如丙乙



二 半徑 一〇〇〇〇〇

三 表距戊巳 一丈二尺

四 山高甲丁 三十丈

加表一丈共三十一丈

省算法用矩度假令先測指線

交於辛後測指線交于庚戌辛

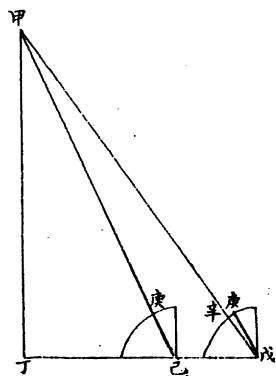
庚戌三角形法于兩指線中間

以兩測表距 巳 即 戊 變為分如壬

三角測高第二術

平面測不知遠之高法用重測

假如有山頂欲測其高而不知所距之遠依術立二表相距一丈二尺用象限儀測得高六十度十九分退測後表得五十八度三十七分查其兩餘切線以相減得



較數為法表距乘半徑為實算

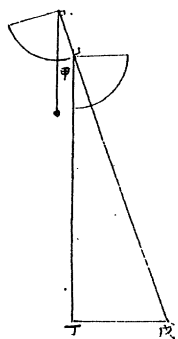
得山高三十一丈

一餘切線較。四。四。四。

三角測高第三術

從高測高 又謂之因遠測高

假如人在山顛欲知此山之高但知山左有橋離山半里用象限測橋得遠度一十八度二十六分強依切線法求得山高一里半



一 甲角切線

半徑

一
〇
〇
〇
〇

二 半徑

甲角餘切

三
〇
〇
〇
二
八

三 橋遠

戊丁

一百八十步

癸小線引長之至丙即丙戌所當測高

論曰此即古人重表法也或隔水量山或於城外測城
內之山並同

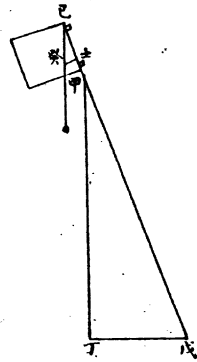
三角測高第四術

從高測不知遠之高 法用重測

假如人在山上欲知本山之高然又無可據之遠但山有樓或塔量得去山二十一丈以象限儀指定一處于樓下測得五十五度二十六分又于樓上測得五十三度五十分用餘切線求得山高三百四十四丈五尺

一 兩餘切較 四二

二 下一測餘切 六八九



四山高甲丁

五百四十步尺〇五

省算法用矩度作壬癸線以當

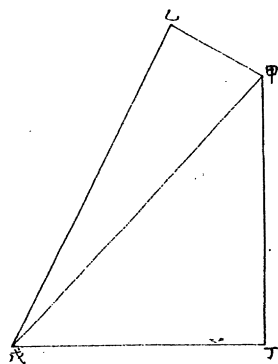
戊丁則已壬當甲丁

三角測高第五術

若山上無兩高可測則先測其弦

但山上有兩所可
以並見此物即可

測
矣



甲乙為山上兩所

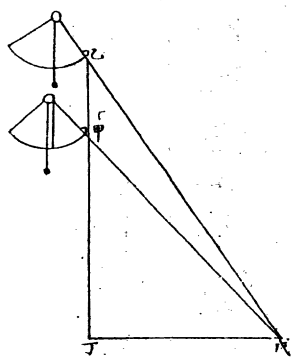
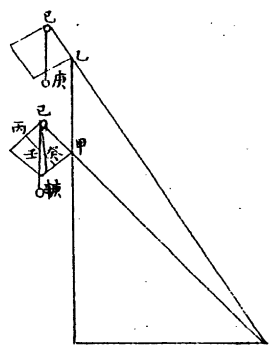
不拘平斜
但取直線任

指一處如戊於甲於乙用器兩

測之成甲乙戊形此形有甲乙

兩角又有甲乙之距為兩角一

邊可求甲戊邊法為戊角之正



三樓高

兩測之距

二十一丈

四山高

三百四十四

丈五尺

省算法用矩度上測交庚下測

交辛成辛巳庚三角形法于兩

指線中間以上下兩測之距變

為分如壬癸小線引長之至丙

即壬丙當所測本山之高

三角測高第六術

借兩遠測本山之高

有山不知其高亦無距山之遠但山前有大樹從此樹向山而行相去一百八十五丈又有一樹人在山上可見兩樹如一直線即於山上以象限儀測此二樹一測遠樹四十三度三十二分一測近樹三十度。七分用切線較得本山高五百丈

一切線較

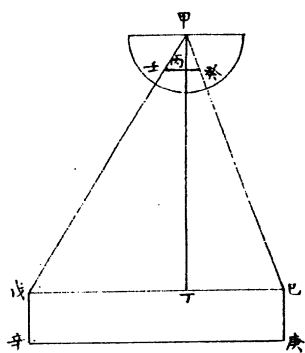
三七〇〇〇

弦與甲乙邊若乙角之正弦與甲戊

再用甲戊丁勾股形為半徑與甲戊若甲角餘弦與甲
丁即山之高也

三角測高第七術

用山之前後兩遠測高



兩樹之距以兩切線并為法求之

甲為山顛可見戊巳兩樹其樹

與山參相直

如山南樹直正
子北樹直正午

而

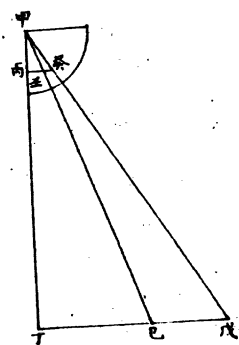
不知其距但山外有路與此樹

平行為庚辛其長三里

如兩樹
正南北

此路亦自南
向正北行

即借庚辛之距為



二 半徑

一〇〇〇〇〇

三 兩遠之較

一百八十五丈

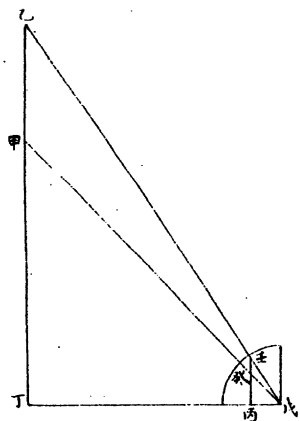
四 本山高

五百丈

省算作壬癸小線當兩遠之距戊巳而丙甲當本山高丁甲

三角測高第八術

測山上之兩高



徑比切線較若戊丁與乙甲

省算法數戊丙之分以當戊丁作壬癸丙小線則壬癸

甲山上有塔如乙欲測其高如
乙甲之距於戊安儀器測乙測
甲得其兩戊角之度一乙戊丁
二甲戊丁
各取其切線相減得較法為半

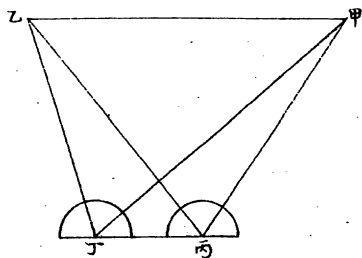
先從甲測已得甲角一十七度。四分又從甲測戊得
甲角三十四度三十四分法為兩切線并與已戊若半
徑與甲丁也

一率兩切線并 $\circ \circ \circ \circ \circ \circ$ 二率半徑 $\circ \circ \circ \circ$ 三率已戊

即庚辛 $\circ \circ \circ \circ$ 求得四率甲丁 $\circ \circ \circ \circ$ 三里 $\circ \circ \circ \circ$ 四步
又三之一強

三角測高第九術

隔水測兩高之橫距



有甲乙兩高在水外欲測其相

距之遠任於丙用儀器以邊向

丁窺簞指甲得甲丙丁角一百二十

度五又指乙得乙丙丁角五十次

依丙丁直線行至丁得一百步再用

儀器以邊向丙窺簞指甲得甲丁丙角

三十度又指乙得

之分即當乙甲

用矩度亦同

末乙丁甲形有甲丁邊二百九十七步乙丁邊二百四步丁角十六

九度先求甲角

一率兩邊之總五百〇一步二率兩邊之較九十步三率半

外角五十五度半切線一四五〇一五求得四率半較角切線七

九〇查表得一十五度〇七分弱以減半外角得甲

角四十度二十三分強

次求甲乙邊

一率甲角正弦六四七九〇二率乙丁邊二百〇四步三率丁

乙丁丙角 一百零八度 又甲丁乙角 六十度 得三角形三 一甲

二乙丁丙
三甲丁乙

今算甲丁丙形有丁丙邊丁丙二角求甲丁邊

一率甲角 六十度 正弦 二十七五 二率丁丙 一百步 三率丙

角 一百二十度 正弦 八一九 求得四率甲丁邊 二百九十七步

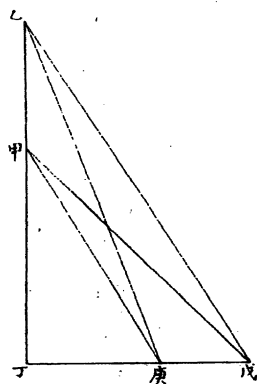
次乙丁丙形有丁丙邊丙丁二角求乙丁邊

一率乙角 二十度 正弦 三七四 二率丁丙邊 一百步 三率

丙角 五十度 正弦 七六六 求得四率乙丁邊 二百〇四步

三角測高第十術

隔水測兩高之直距



有兩高如乙與甲于戊于庚測之

先以乙庚戌形求乙庚斜距次以甲庚戌形求甲庚斜距末以

乙甲庚形求乙甲邊即所求

有乙庚邊甲庚邊及庚角

角正弦

九三三
五九

求得四率甲乙邊二百九十四步弱

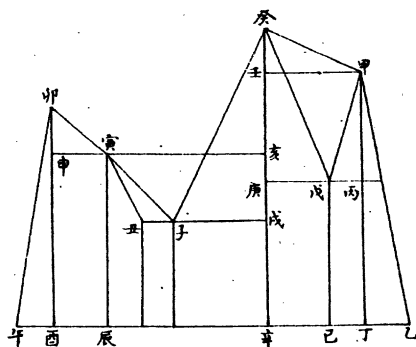
論曰此所測甲丁及乙丁皆斜距也或甲乙兩高並在一山之上於山麓測之或甲乙分居兩峯於兩峯間平地測之或甲在水之東乙在水之西於一岸測之並同若用有度數之指尺並可用省算之法

平而各不等則從癸四面測之如測癸辛之高以辛乙為地平又測癸戌之高以戌子丑為地平則乙丁與子丑之較為戌辛謂之環測

若山太高太大則於乙測甲又於甲測癸或先測卯又測寅又測丑測子再從子丑測癸細細測之則真高自見而地之高下亦從可知矣謂之屢測

三角測高第十一術

若山之最高顛為次高所掩則用遞測



山前後左右地勢不同則用環

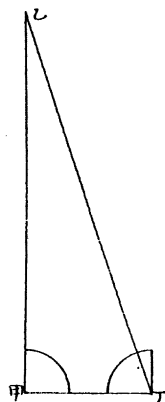
測環測者從高測下與測深同

太高之山則用屢測

癸極高為甲次高所掩則先測

甲復從甲測癸謂之遞測

乙丁與子丑居癸山之下為地



三 丁甲

四 乙甲

若欲知丁乙之距依句股法甲丁甲乙各自乘并而開方即得乙丁

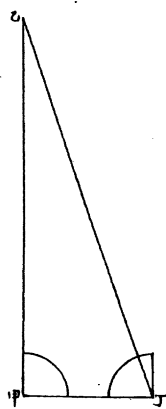
若徑求乙丁則為以半徑比丁角之割線若甲丁與丁乙也是為以句求弦

省算用矩度自丁數自癸取丁癸之分如丁甲之距以或

三角測遠第一術

平面測遠

有所測之物如乙於甲立表安象限以邊指乙餘一邊對丁從甲乙直線上任取九步如丁於丁復安象限以邊對甲關管指乙得丁角七十一度三十四分用切線算得乙距甲二十七步

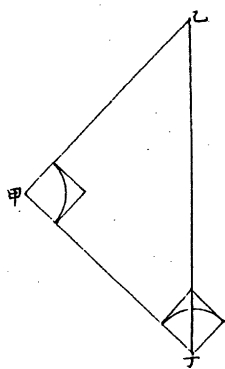


一 半徑

二 丁角切線

三角測遠第二術

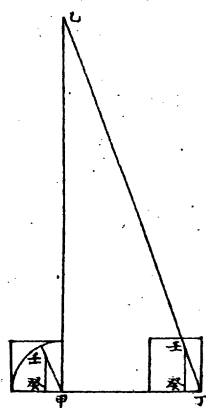
省算法



即甲丁與甲乙等

若用矩度以乙丁線正對方角則丁角為正方角之半

人在甲欲測乙之遠於甲置儀
器一邊向乙一邊向丁成正方
角乃依甲丁直線行至丁以邊
向甲闕管指乙作四十五度角



分當步或二分或作壬癸丁小
三分當一步皆可

句股則壬癸之分即乙甲也一或

分當步或二分三分並如丁癸之例而丁壬亦即

當丁乙
若尺上有分數即徑取之

若先從丁測則以測器向甲指尺向乙作丁角次依丁

甲直線行至甲務令測器之一邊順丁甲直線餘一邊

指乙則甲為正方角如前算之即得
若甲非正方角則于丁甲直線上或

前或後移測求為正方角乃止

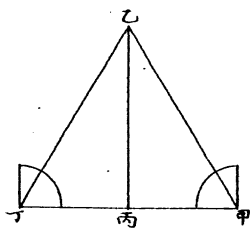
論曰甲角丁角俱六十度則乙角亦六十度矣故三邊俱等

若丁不能到則於甲丁線上取丙以儀器二邊對甲對乙成正方角則甲丙為乙甲之半

而甲丁等乙甲

論曰丁角為正方角之半則乙角亦正方角之半而句
與股齊故但量甲丁即知甲乙

又省算法



於甲置儀器以邊向丁闕管指

乙作六十度角順甲丁直線行

至丁復作六十度角則甲丁等

甲乙

弦二十三度乃甲丁二角減半周之餘比丁甲若丁角之正弦與乙甲算

得乙甲三十六丈八尺二寸

若求乙丁則為以乙角之正弦比丁甲若甲角之正弦

與乙丁算得乙丁四十七丈七尺八寸

甲為銳角法同

省算法於儀器作壬甲線與乙丁平行作壬癸線與乙

甲平行成壬癸甲小三角形與丁乙甲等則甲癸當甲

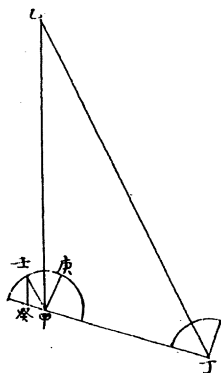
丁而壬癸當甲乙又壬甲當乙丁用矩度同

但于象限內作橫直

分用同矩度

三角測遠第三術

平面測遠用斜角



人在甲測乙而兩旁無餘地可

作句股則任指一可測之地如

丁量得丁甲二十丈於丁安儀

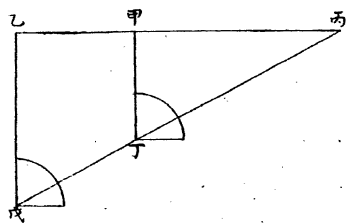
器以邊向甲窺筭指乙得丁角

四十又於甲安儀器以邊指丁窺筭指乙得乙甲庚角

六度二十加象限九十得甲鈍角一百一十度法為以乙角之正

三角測遠第四術

平面測遠借他線為比例



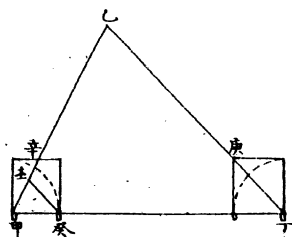
角令與丁角等則丙丁比丁戊若丙甲與甲乙

甲乙為兩所順甲乙直線行任取
若干步至丙又於丙任作直線至
丁得若干步於丁安儀器以邊對
甲闕衡指丙作丁角順此直線至
戊復安儀器邊對乙衡指丙作戊

論曰壬角既同乙角

壬甲與乙丁平行壬癸與乙甲平行則作角必相等癸鈍角

又同甲角則兩三角相似而比例等



銳角形於甲測乙用矩度之邊指

丁作甲角另用一矩度

其矩須於兩面紀度

從丁測之以邊向甲闕箭指乙作

丁角末移丁角作癸角於器上作

壬癸線與乙丁平行則癸甲當丁

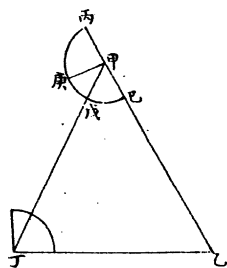
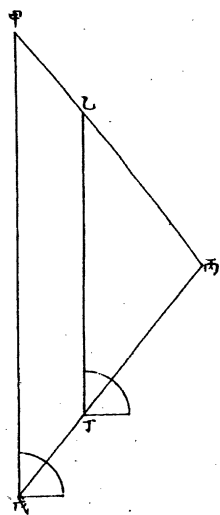
甲而壬甲當乙甲壬癸當乙丁

甲指乙使丁角如半外角之度但量甲丁即得甲乙

論曰凡外角能兼內餘二角_乙之度丁角既為外角之

半則乙角亦外角之半矣角等者所對之邊亦等故甲

丁等甲乙



省算法於乙甲直線上取丙

又從丙作丙戊直線截丁丙

如乙丙於丁用象限闕乙作

丁角再於戊闕甲作戊角令

與丁角等則丁戊即甲乙

又法甲置儀器指乙指丁作

角以減半周成外角

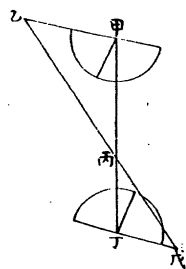
已戊為甲角之

度丙庚戊為於丁置儀器指

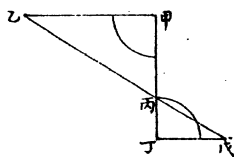
外角之度

理一

鈍角形



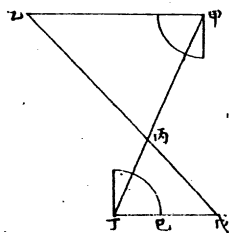
勾股形



論曰丙戊丁與丙甲乙兩三
角形相似以兩形之丙角為
交角必相等而丁角又等甲
角則戊角亦等乙角矣故其
比例等

三角測遠第五術

平面測遠借他形為比例法

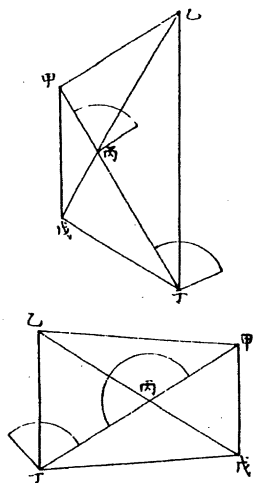


從甲測乙任立一表於丙從甲
用儀器以邊向乙闕管指丙得
甲角復於丁加儀器以邊向戊
闕管指丙使丁丙甲為一直線

而作丁角與甲角等乃順儀器邊取直線至戊令戊丙

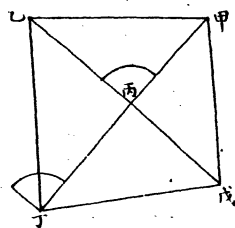
乙為一直線則丁丙與丁戊若丙甲與甲乙

鈍角形句股形並同



論曰甲丙與丙戊既相等乙
丁丙角為乙丙甲外角之半
則丙乙丁角亦外角之半是
乙丙與丁丙亦等也而丙交
角又等是甲丙乙三角形與
戊丙丁形等角等邊也故丁
戊即乙甲

三角測遠第六術 省算



有甲乙兩所欲測其距如前立丙

表以器測得甲丙乙角之度又順

乙丙直線行至戊令丙戊之距同

甲丙而止再從戊行至丁從丁闕

丙至甲成一直線於此直線上進退移測使乙丁丙角

為乙丙甲角之半則但量丁戊即同乙甲

甲為鈍角或
丙為鈍角並

同

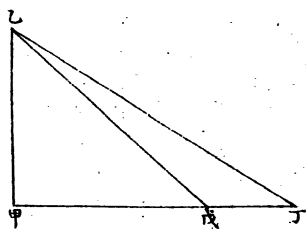
戊角之餘切〇〇一八為二率丁戊十六步半為三率得四率

戊甲

二十四步五

論曰此即古人重表測遠法也必丁戊甲直線與乙甲線橫直相遇使甲為正角其算始真假如乙甲正南北距則丁戊甲必正東西斯能橫直相交而成正角也

三角測遠第七術 重測



甲乙為兩所欲測其距而俱不能

到則兩測之於戊於丁量得戊丁

之距十六步半用器測得戊角五十度四十三

分丁角三十六度一十分兩角之餘切線

較五五〇為一率半徑一〇〇〇〇為二率戊丁十六步半為三

率得四率為乙甲之距三十步

若求戊甲之距以兩測之餘切較五五〇為一率先測

率乙甲之距

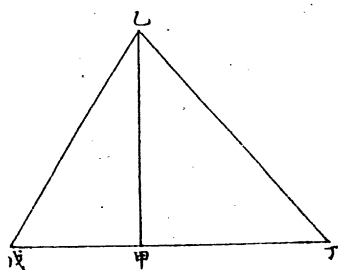
六十步

為兩岸闊

論曰此法但取丁戌直距與河岸平行則不必預求甲點而自有乙甲之距為丁戌之垂線尤便於測河視用切線較更簡捷而穩當矣

三角測遠第八術

分兩處重測



乙岸在河東欲測其距西岸之遠

如甲則任於甲之左右取丁戊兩

所與甲參相直而距河適均測得

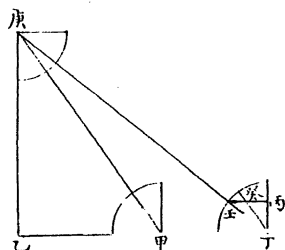
丁角 五十度四十三分 戊角 五十五度四十三分 用

兩角度之餘切線并 一五〇〇 為一

率半徑 一〇〇〇〇 為二率丁戊之距 九十步 為三率求得四

三角測遠第十術

用不知之高測遠



欲知丁乙之遠而不能至乙乙之

上有庚又不知庚乙之高法用重

測先於丁測之得丁角 三十八度一十三分

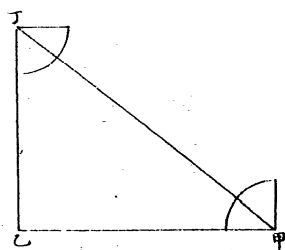
又依丁乙直線進至甲測之得甲

角 五十三度五十二分 兩餘切較 〇〇五四一

為一率丁角餘切 〇一〇二七 為二率丁甲之距 二十步 為三

三角測遠第九術

用高測遠

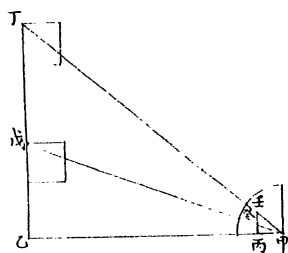


甲乙為兩所不知其遠而先知丁
乙之高於甲用儀器測丁乙之高
幾何度分即知甲乙法為半徑比
甲角之餘切若丁乙高與甲乙之遠

若人在高處如丁用高測遠則為半徑比丁角之切線
若丁乙與甲乙其理並同但於丁加儀器而用正切

三角測遠第十一術

用高上之高測遠



甲乙為兩所而乙之根為物所掩

如山麓有小阜坡陀巖柯林木難
蔽虧或島嶼盤紆荻葦深阻

得真距若用兩測甲外又無餘地

但取其高處如戊為山顛山上又

有石臺臺上有塔如丁丁戊之高

原有定距以此為用從甲測丁又測戊得兩角

一丁甲
乙二戊

率得四率丁乙

四十七步〇三

或丁後有餘地退後測之亦

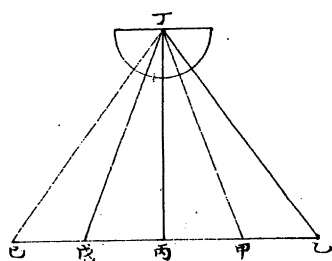
同

省算作壬癸丙線以壬癸分當丁甲之距壬丙當丁乙之遠

若人在高處如庚於庚測丁測甲以求丁乙其法亦同
但於庚施儀器而用正切法為以兩庚角之切線較比丁庚乙之切線若丁甲與丁乙

三角測遠第十二術

從高測兩遠



甲乙兩遠人從高處測之於丁用

儀器測甲測乙得兩丁角

一甲丁
丙二乙

丁法為以半徑比兩角之切線較

若丁丙高與乙甲也

又法既得兩角則移儀器窺戊作

戊丁甲角如甲丁丙之倍度又移窺已作已丁乙角如

甲求其切線法為以切線較比半徑若丁戊與乙甲
省算作壬癸丙小線以壬癸當丁戊則甲丙當甲乙矩
度同

若從高測遠則於丁於戊兩用儀器測甲用丁戊兩角
之餘切較以當丁戊而半徑當甲乙其理亦同

三角測遠第十三術

連測三遠

丙乙為跨水長橋甲乙為橋端斜岸今於丁測橋之長

并甲乙岸闊及其距丁之遠近

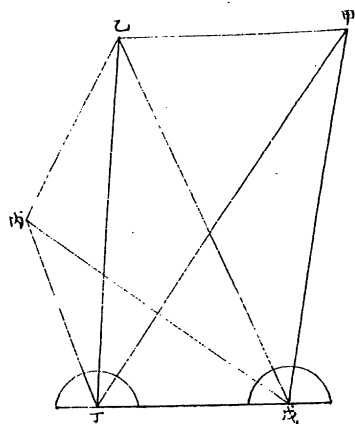
法於丁安儀器以邊指戊衡指

甲指乙指丙作丁角五

一甲丁
戊二乙

丁戊三乙丁甲四戊丁丙五
乙丁丙皆丁角而有大小

次順儀器邊直行至戊得丁戊



乙丁丙之倍度則但量已戌即知乙甲

一乙丁甲形有甲丁邊乙丁邊有丁角可求乙甲邊

以上並二邊一角求餘邊得岸闊與橋長

之距於戊復用儀器以邊指丁衡指丙指乙指甲作戊

角三

一丁戊丙二乙戊丙三甲戊丁皆戊角而有大小

一甲丁戊形有丁角戊角有丁戊邊可求甲丁邊

一乙丁戊形有丁角戊角有丁戊邊可求乙丁邊

一戊丁丙形有戊角丁角有丁戊邊可求丁丙邊

以上並二角一邊求餘邊得甲乙丙三處距丁之

遠近

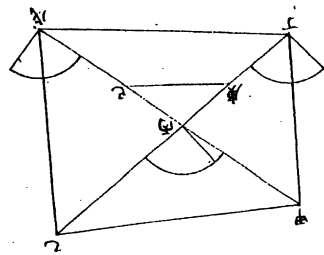
一乙丁丙形有丙丁邊乙丁邊有丁角可求乙丙邊

戊角既分其半乙角亦半則兩角等而乙丙戊兩邊
既等而乙丙甲外角原兼有乙戊乙戊丙兩角之度
形測之以丁丙戊乙丙甲兩形相等故也何則丙交角
論曰此因乙甲在斜面高處而不能到故借用丁丙戊
即所求

角庚角即知丙角末乃如上任戊丁戊兩角為丙角之半
取已點乙丙直線上任取庚點作庚丙已三角形有已
入法不必立表但任指一點為丙而於甲丙直線上任

至丁得甲丁丙角亦為丙角之半則丁戌即乙甲
過至丁從丁闕丙至乙成一直線順此直線進退闕甲

乙戌丙角為乙丙甲角之半又橫
乃順甲丙直線進退乙至戌得
之數任立丙表測得乙丙甲角度
斜坡上有甲乙兩所欲量其相距

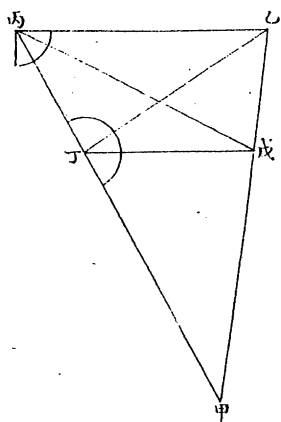


斜坡上平面測兩所之距

三角測斜坡第一術

三角測斜坡第二術

斜坡測對山之斜高



對山之斜高如甲戊乙於對

山之斜坡測之如丙丁先量

得丙丁之距於丙安儀器得

丙角二一乙丙丁於丁安儀

器得丁角四

一乙丁丙二乙丁戊
三戊丁丙四乙丁甲

成各三角形

先用乙丙丁形

有丙角丁角
及丁丙邊

測乙丁邊

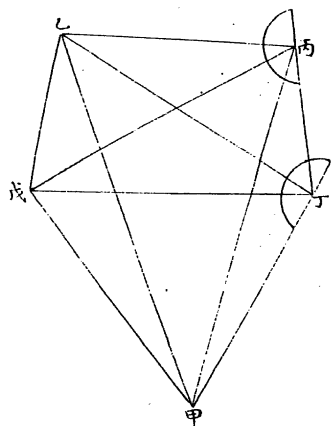
次用戊丙丁

亦等矣。準此論之，則甲丁丙角為丙外角之半者，丁甲丙角亦必為丙外角之半。而甲丙丁丙亦等矣。兩形之角既等各兩邊又等，則三邊俱等。而戊丁即乙甲。若甲乙兩所在下，而丁戊兩測在上，亦同。

三角測斜坡第三術

測對坡之斜高及其巖洞

從丙從丁測對面之斜坡戊甲及乙戊



一乙丙丁形

有丙丁兩測之距丙角丁角

可求乙丁邊 二戊丙丁形

有丙丁邊丁角丙角 可求丁戊丙戊二

邊 三乙丁戊形

有乙丁邊戊丁邊丁

角 可求乙戊邊為所測對山

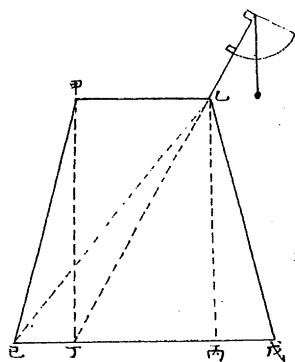
形有丙丁二角測丁戌邊三用乙丁戌形有乙丁戌

角測乙角及乙戌邊四用乙丁甲形有乙角丁角測

乙甲邊乙甲內減乙戌得戌甲邊乙戌甲為垂線之高法同

三角測深第一術

測井之深及濶



甲乙為井口之濶於甲作垂線至丁

或用磚石投之以識其處從乙

測之得乙角成甲乙丁句股

形即以甲乙井口為句得甲

丁股為井之深既得乙丙

深即甲丁即可用乙已戊形得

已戊為底濶法以半徑當井

上斜入之巖

四丙丁甲形

有丁角丙角丙丁邊

可求丙甲邊

五甲丙戊形

有丙戊邊丙甲邊丙角

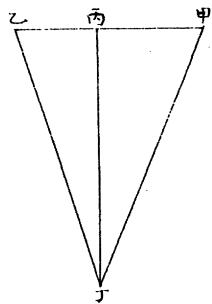
可求戊甲邊為所測對坡斜

高

或戊為高處基址乙為房檐亦同

三角測深第二術

登兩山測谷深



先於二山取甲乙之平而得其距

數為橫線即可用三角形求丙丁

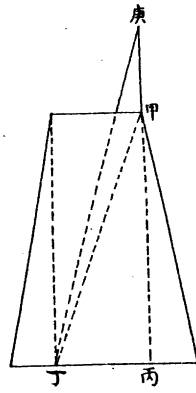
垂線為谷之深與測高同理

亦可用以

測高也 法為甲乙兩角之餘切線并比半徑若甲乙與丙丁

論曰深與高同理測深之法即測高之法也存此數則

以發其例有不盡者於測高諸術詳之可也



深丙以兩乙角一戊乙丙之

切線并當井底之濶戊巳

若不知井口則立表於井口

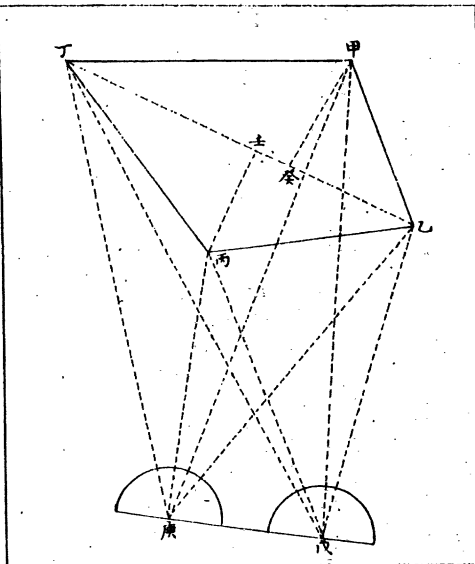
如庚甲求庚甲二角成庚甲

丁形測之

或用三較連乘法求三角形積并之亦同

凡有平面形在峭壁懸崖之上及屋上承塵可以仰觀者並可以此法測之

附隔水量田法



甲乙丙丁田在水中不可

得量于岸上戊庚兩處用

儀器測之得諸三角形算

得其邊

求乙丁對角線分為兩三

角形
一甲乙丁末用和較法求得分形之兩垂線
一甲
二丙乙丁
癸二

丙并兩垂線而半之以乘乙丁即得田積

丙寅加丁寅 即辰丙 為辰寅總弧其餘弦辰卯 即子癸

丙寅內減丁寅為丑寅 即丙丁 存弧其餘弦癸丑

以子癸減癸丑餘子丑平分於壬為壬子或壬丑即

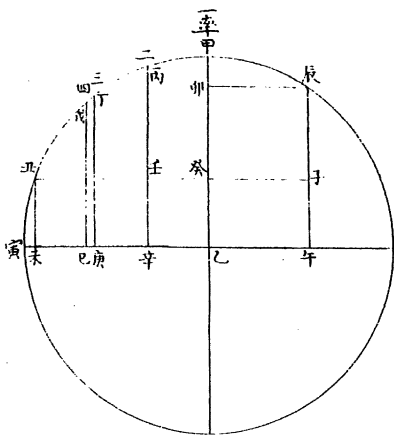
四率 其壬子壬丑皆與戊己等 此因總弧

不及象限故以兩餘弦相減

甲寅象限弧甲乙半徑全數

為首率

丙寅弧之正弦丙辛為二率



解測量全義一卷十二題加減法

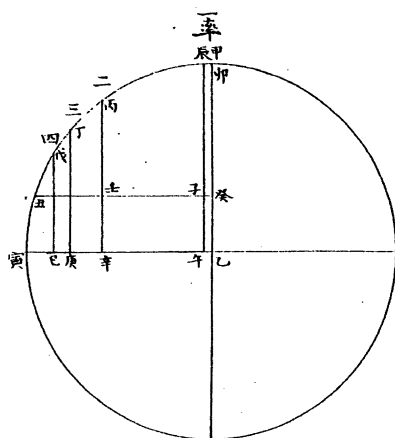
甲寅象限弧 甲乙半徑全數

為首率

丙寅弧之正弦丙辛為一率

丁寅弧之正弦丁庚為三率

戊己為四率



二三相乘為實首率為法法除實得四此本法也今以

加減得之則不用乘除

丁寅弧之正弦丁庚為三率

戊巳為四率

以上皆與前同

丙寅加丁寅

即辰丙

為辰寅總弧

此總弧大於象限

其餘弦卯

辰 即子癸

丙寅內減丁寅

即丙丑

餘丑寅為存弧其

餘弦丑癸

以子癸加丑癸為子丑半之於壬分為壬子及壬丑二

線皆與戊巳同即為四率如所求

今用加減法

以丙辛線為正弦查其弧得丙寅三十六度五十二分
亦以丁庚線為正弦查其弧得丁寅十四度二十九分
以丙寅弧與丁寅弧相加得總弧辰寅五十一度二十
一分其餘弦○六二四五六如辰卯即子癸

又以丙寅弧與丁寅弧相減得存弧丑寅二十二度二
十三分其餘弦○九二四六六如丑癸

因總弧小於象限當以兩餘弦相減其較○三○○一

○如子丑

於丑癸內減
子癸得之

乃平分子丑於壬其數○一五

○○五為壬丑或壬子皆與戊巳同即為四率 此所

得與三率所推但有微差而不相遠

按此以加減代乘除依其法宜如此今刻本相減相并
訛為并而相減又於相并之弧訛為五十度二十分相
減之存弧訛為二十二度二十四分故其正弦皆訛而
所得之四率只一四三一與三率所推不合矣

又按以加減代乘除之法不過以明圖法之妙其中又

有此用耳若以入算終不如乘除之便何也設問每多
整數而正弦之數皆有畸零不能恰合一也先用設數
求弧度必用中比例始得相合則於弧度亦有畸零二
也弧度既有畸零則其查餘弦又必用中比例三也兩
餘弦有用加之時有用減之時易至於訛四也及其所
得四率以較三率法之所得終有尾數之差五也蓋論
數學則宜造其微而施之於用則貴其簡易若可以簡
易者而故引之繁重又何貴乎故曰不如乘除之便也

觀設例之時便有訛錯如此則其不便於用亦可見矣
又按此加減法即測量全義第七卷所言加減也其以
總存兩餘弦相加減而半之者即初得數也然彼以兩
正弦相乘得之此以加減得之而省一乘矣實弧三角
中大法而彼但舉例而隱其圖姑示其端於此而又不
直言其即弧度之初得數此皆譯書者祕惜之故耳
向後二圖發明所以然之故

甲寅象限弧 乙丙半徑為首率

句股則其形俱相似如辰丑線即丙丑及丙辰之正弦

與丙乙半徑相交於戊點一十字也辰午線辰寅弧之正弦也

丑癸線丑寅弧之餘弦相交於子點一十字也此兩十字相交

而成諸句股形則俱相似矣故戊壬庚與丑壬戌相似而戊壬庚原與丙辛乙相似則丑壬戌與丙辛乙不得不為相似之形矣

解曰乙丙首率半徑也丙辛正弦為次率其弧丙寅丑戌正弦為三率其弧丙丑丙辰既與丙辰同則以丙丑

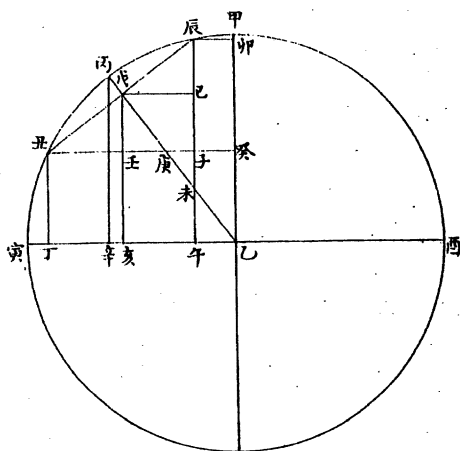
丙寅弧之正弦丙辛為次率

丙丑弧之正弦丑戊為三率

辰丙弧同丙丑其正
弦辰戊亦同丑戊

得戊巳為四率

丑壬及壬
子並同



論曰戊巳辰

或丑壬
戊亦同

句股形與

丙辛乙句股形相似故其比例

等法為乙丙與丙辛若丑戊與

丑壬也

或辰戊與
戊巳亦同

又論曰凡兩十字垂線相交作

酉辰為存弧其正弦辰午餘弦辰卯 即子癸 算法略同
但先所用者存弧之正弦小於總弧今則總弧正弦小
於存弧正弦大則餘弦小正弦小則餘弦反大加減之
用以小從大其理無二故其圖可通用也

又按壬丑即初得數也兩正弦相乘以半徑除之者也
乙亥即次得數也兩餘弦相乘以半徑除之者也今改
用加減則以兩弧相并為總弧而相較之餘為存弧存
總兩餘弦相加減而半之成初得數省兩正弦乘矣又

三率之
加丙寅次率之弧成辰寅總弧而辰卯則總弧之餘

弦也以丙丑三率之弧減丙寅次率之弧其餘丑寅為存弧而丑

癸則存弧之餘弦兩餘弦相減其較為子丑子癸同辰卯故以子

癸減癸丑得較子丑子丑折半於壬而壬丑與壬子皆同戊巳是

為所求之四率也

如此以量法代算法的確不易但細數難分耳

若以酉丙為過象限之大弧丙丑為小弧則酉丑為總

弧其正弦丑丁餘弦丑癸即丁乙

以初得數去減餘弦成次得數省兩餘弦乘矣

兩餘弦加減例

凡總存二弧俱在象限內或俱出象限外則兩餘弦相減
若存弧在象限內總弧在象限外則兩餘弦相加

初得數減餘弧例

凡存弧之正弦小於總弧即用存弧之餘弦在位以初得數減之餘為次得數
若總弧之正弦小於存弧即用總弧之餘弦在位以初得數減之餘為次得數蓋弦

存弧之餘弦也兩餘弦相加成子丑

子癸同辰卯子丑皆總弧餘弦

折半於壬而壬丑同壬子亦同戊巳則所求之四率也

歷算全書卷五十四

求得戊巳為四率

丑壬壬
子並同

以上皆與前圖同

論曰準前論丙辛乙句股形與丑壬戊句股形相似法

為乙丙與丙辛若丑戊與丑壬也

或辰戊與
戌巳亦同

解曰乙丙首率半徑全數也丙辛正弦為次率其弧丙

寅丑戊正弦為三率其弧丙丑而丙丑

三率

即丙辰以

加丙寅

次率
之弧

成辰寅總弧而辰卯亦總弧之餘弦也以

丙丑

三率
之弧

減丙寅

次率
之弧

其餘丑寅為存弧而丑癸則亦