

四庫全書

子部

欽定四庫全書

幾何論約卷三之首

柘城杜知耕撰

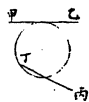
界說十則

一界凡圓之徑線等或從心至圓界線等為等圓如



甲乙戊己兩徑等或丁丙辛庚從心
至圓界等即兩圓等

二界凡直線切圓界過之而不與界交為切圓線甲
乙在圓外為切圓線若丙丁入圓內則交線也



三界凡兩圓相切而不相交為切圓甲乙兩圓相切



于外丙丁兩圓
相切于內俱曰

切圓戊己庚辛則交圓也

四界凡圓內直線從心下垂線其垂線大小之度即

直線距心遠近之度如甲乙距丁心近則

丙丁垂線小戊己距心遠則丁庚垂線大



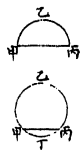
五界凡直線割圓之形為圓分如丁乙線割圓其乙



甲丁乙丙丁皆為圓分圓分有三等過心者為半圓分過心者為圓大分不過心者

為圓小分又割線為弦圓分為弧

六界凡圓界偕直線作角為圓分角其在半圓內為



半圓角在大分內為大分角在小分內為小分角

七界凡圓界任于一點出兩直線作一角為負圓分角甲乙丙圓分甲丙為底于乙點出兩直線作甲



乙丙角為負甲乙丙圓分角

八界若兩直線之角乘圓之一分為乘圓分角甲乙



丙丁圓內于甲點出甲乙甲丁
兩線作乙甲丁角為乘乙丙丁

圓分角圓角三種之外又有一種為切邊角或直
線切圓如已庚辛或兩圓相切于外如辛壬癸或
兩圓相切于內如癸壬子俱為切邊角

九界凡從圓心以兩直線作角偕圓界為三角形曰

分圓形



十界兩負圓角相等即所負之圓分相似甲乙已與

丁丙戊兩負圓分角等則所負丙丁戊與

乙甲已兩圓分相似又兩圓或不等其負



圓分角等即兩圓分相似

相似者同為幾分圓之幾也

欽定四庫全書

幾何論約卷三

柘城杜知耕撰

一題

有園求心



解曰甲乙丙丁園求心先于園之兩界任
作一甲丙直線平分于戊次于戊作乙丁
垂線平分于己即己為園心

系因此推顯園內有直線分他線為兩平分而為

直角即園心在其內

二題

園界任取兩點以直線相聯則直線全在園內

三題

直線過園心分他直線為兩平分其分處必為兩直角為兩直角必兩平分



解曰甲乙丙丁園有丙丁線過戊心平分
甲乙線于戊題言戊己必是垂線而已旁
為兩直角又言己旁既為兩直角則戊己必分甲

分圓形



十界兩負圓角相等即所負之圓分相似甲乙已與

丁丙戊兩負圓分角等則所負丙丁戊與

乙甲已兩圓分相似又兩圓或不等其負



圓分角等即兩圓分相似

相似者同為幾分圓之幾也

欽定四庫全書

卷三之首

欽定四庫全書

幾何論約卷三

柘城杜知耕撰

一題

有園求心



解曰甲乙丙丁園求心先于園之兩界任
作一甲丙直線平分于戊次于戊作乙丁
垂線平分于己即己為園心

系因此推顯園內有直線分他線為兩平分而為

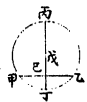
直角即圓心在其內

二題

圓界任取兩點以直線相聯則直線全在圓內

三題

直線過圓心分他直線為兩平分其分處必為兩直角為兩直角必兩平分



解曰甲乙丙丁圓有丙丁線過戊心平分甲乙線于戊題言戊己必是垂線而己旁為兩直角又言己旁既為兩直角則戊己必分甲

乙為兩平分

四題

園內不過心兩直線相交不得俱為兩平分



解曰甲乙丙園內有甲乙丙丁兩直線俱
不過已心而交于戊題言兩直線或有一

線為兩平分不得俱為兩平分

五題

兩園相交必不同心

六題

兩圓內相切必不同心

七題

圓徑離心任取一點從點至圓界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等



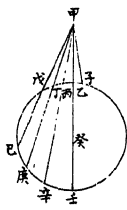
解曰甲戊辛圓其徑甲乙其心己離心任取一點為庚從庚至圓界任出幾線為庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心庚甲最大次言不過心庚乙最小三言

庚丙大于庚丁庚丁大于庚戊愈近心愈大愈近
庚乙愈小後言庚乙兩旁如庚戊庚辛止可出兩
線等不得有三線等

八題

園外任取一點從點任出幾線其至規內則過心線
最大餘線愈離心愈小其至規外則過心線最小餘
線愈近徑愈小而諸線中止兩線等

解曰乙巳壬園之外從甲點任出幾線其一過心
為甲壬餘為甲辛甲庚甲巳皆至規內題先言過



心之甲壬最大次言近心之甲辛
 大于離心之甲庚甲庚又大于甲
 巳三言規外之甲乙為乙壬徑餘
 者最小四言甲丙近徑餘小于甲丁甲丁又小于
 甲戊後言甲乙兩旁止可出兩線如甲丙甲子相
 等不得有三線等

九題

圓內從一點至界作三線以上皆等此點必是圓心
 論曰三線皆半徑故等若非圓心所出止有兩線

等不得有三線等

十題

兩圓相交止于兩點

十一題

兩圓內相切作直線聯兩心引出之必至切界



解曰甲乙丙甲戊丁兩圓內相切于甲兩
心為已為庚題言作直線聯庚已兩心引

抵圓界必至甲

十二題

兩圓外相切以直線聯兩心必過切界

十三題

圓相切不論內外止以一點

十四題

圓內兩直線等即距心之遠近等距心之遠近等即兩直線等



解曰甲乙丙丁圍其心戊圓內甲乙丁丙兩線等題言兩線距心遠近亦等又言兩

線距心遠近等則兩線亦等

十五題

徑為園內之大線其餘線近心大于遠心

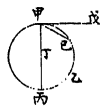


解曰甲丙已園其心庚其徑甲已其近心
線為乙戊遠心線為丙丁題言甲已最大

乙戊近心大于丙丁遠心

十六題

園徑末之直角線全在園外而直線偕園界所作切
邊角不得更作一直線入其內其半園分角大于各
直線銳角切邊角小于各直線銳角



解曰甲乙丙圓其心丁甲丙為徑從甲作
甲戊為甲丙之垂線題言戊甲全在圓外
又言戊甲垂線偕乙甲圓界所作切邊角
不得更作一直線入其內若作甲巳線必割圓為
分又言甲丙徑線偕甲乙圓界所作丙甲乙圓分
角大于各直線銳角而戊甲垂線偕甲乙圓分所
作戊甲乙切邊角小于各直線銳角

論曰甲戊下有直線既云必割圓為分即此直線
偕戊甲所作角必大于切邊角偕丙甲所作角必

小于分園角

糸戊甲線必切園以一點

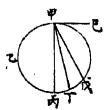
增題有兩種幾何一大一小以小率半增之遞增
至于無窮以大率半減之遞減至于無窮其元大
者恒大元小者恒小如戊甲乙切邊角為小率壬



庚辛直線銳角為大率今別作甲丙
甲丁等園俱切戊巳線于甲其切邊
角愈增愈大別以庚癸庚子分壬庚
辛角愈分愈小然直線角恒大切邊角恒小乃至

終古不得相比

又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以
一大率加一小率之上不相離逐線漸移之必至
一相等之處又一說有率大于此率者有率小于
此率者則必有率等于此率者昔人以為皆公論
若用以律本題即不可得故今斥為不公論如甲



乙丙圓其徑甲丙令甲丙之甲界定在于
甲而引丙線逐線漸移之向己其所經丁
戊己及中間逐線所經無數凡割圓時皆為銳角

即小于半圓分角繞離銳角便為直角即大于半
圓分角終無相等線可見前一舊說未為公論又
直線銳角皆小于半圓分角直角與鈍角皆大于
半圓分角是有大者有小者終無等者可見後一
舊說未為公論

十七題

設一點一圓求從點作切線

法曰甲點求作直線切乙丙圓其心丁先從甲作
甲丁直線截圓界于乙次以丁為心甲為界作甲

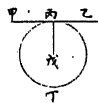


戊園次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊
園于戊次作戊丁線而截乙丙園于丙
末作甲丙線為所求

論曰甲丙丁與戊丁乙兩角形各等戊乙丁既直
角則甲丙借丙丁半徑亦直角故甲丙為切線

十八題

直線切園從園心作直線至切界必為切線之垂線
解曰甲乙線切丙丁園于丙從戊園心至切
界作戊丙線題言戊丙為甲乙之垂線



十九題

直線切圓園內作切線之垂線則園心必在垂線內
二十題

負園角與分園角所負所分之園分同則分園角必
倍大于負園角



解曰甲乙丙園其心丁有乙丁丙分園角
乙甲丙負園角同以乙丙園分為底題言
乙丁丙角倍大于乙甲丙角

先論分園角在乙甲甲丙之內者曰從甲作甲戊

線其甲丁乙形之丁甲丁乙等即丁甲乙丁乙甲

兩角等

一卷五

而乙丁戊外角與相對兩內角并等

一卷三二

即乙丁戊倍大于乙甲丁矣依顯丙丁戊亦

倍大于丙甲丁則乙丁丙全角亦倍大于乙甲丙
全角

次論分圓角不在乙甲甲丙之內而甲乙線過丁



心者曰丁甲丙形兩腰等則兩角亦等而

乙丁丙外角與甲丙兩內角并等是乙丁

丙角倍大于乙甲丙角

後論分圓角在負圓角之外而甲乙截丁丙者曰



乙甲丙負圓角乙丁丙分圓角自甲作甲

戊過心線依前論推顯戊丁丙分圓角倍

大于戊甲丙負圓角又戊丁乙分圓角倍大于戊

甲乙負圓角次于戊丁丙角減戊丁乙角于戊甲

丙角減戊甲乙角所餘乙丁丙分圓角必倍大于

乙甲丙負圓角

增若乙丁丁丙不作角于心或為半圓或大于半

圓則心外餘地亦倍大于同底之負圓角



論曰作甲戊過心線即心外餘地
分為乙丁戊戊丁丙依前論推顯

此兩角倍大于乙甲丁丁甲丙兩角

二十一題

凡同園分內所作負園角俱等



解曰甲乙丙丁園其心戊
于丁甲乙丙園分內任作

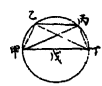
丁甲丙丁乙丙兩角題言此兩角等

論曰若函心大分所作如第一圖則依丁丙作丁

戊丙分圓角此角既倍大于甲角又倍大于乙角
是甲乙兩角自相等或半圓分所作如第二圖則
依二十題增言心外餘地倍大于同底各負圓角
即各角自相等或不函心小分所作如第三圖則
作戊丙戊丁兩線再作乙庚甲巳兩過心線丁戊
巳巳戊丙兩角并既倍大于丁甲丙角而丁戊庚
庚戊丙兩角并又倍大于丁乙丙角則甲乙兩角
必自相等

二十二題

圓內切界四邊形每相對兩角并與兩直角等



解曰甲乙丙丁圓其心戊圓內有

甲乙丙丁四邊形題言甲乙丙丙

丁甲兩角并乙丙丁丁甲乙兩角并各與兩直角

等

論曰試作甲丙乙丁兩對角線其甲乙丁甲丙丁

兩角同負甲乙丙丁圓分即等本卷二一依顯丙甲丁

丙乙丁兩角亦等以同負丙乙甲丁圓分故則甲乙丁丙乙丁

兩角并即一甲乙丙角與甲丙丁丙甲丁兩角并等次每

加一丙丁甲角即甲乙丙丙丁甲兩角并與甲丙
丁丙甲丁丙丁甲三角并等此三角并元與兩直
角等一卷則甲乙丙丙丁甲兩角并亦與兩直角
等依顯乙丙丁丁甲乙兩角并亦與兩直角等

二十三題

一直線上作兩圓分不得相似而不相等

二十四題

相等兩直線上作相似兩圓分必等

二十五題

有圓分求成圓

法曰甲乙丙圓分求成圓先作甲丙線次作乙丁



為甲丙之垂線次作甲乙線視丁乙甲角或大或小或等于丁甲乙角若等即丁為圓心

何也兩角等則對等角之乙丁丁甲兩邊必等又丁丙元與甲丁等是從丁出三線至圓界皆等故丁為圓心



次法曰若丁乙甲角大于丁甲乙角當為圓之小分即作乙甲戊角與丁乙甲角等次引

乙丁線與甲戊線遇于戊即戊為圓心

論曰試作戊丙線成甲丁戊丙丁戊相等兩角形而甲戊戊丙兩線必等又戊乙甲戊甲乙兩角等而對等角之戊乙戊甲兩線必亦等今戊甲戊乙戊丙三線至界皆等故戊為圓心



後法曰若丁乙甲角小于丁甲乙角甲乙丙當為圓之大分即作乙甲戊角與丁乙甲角等而甲戊遇丁乙線于戊即戊為圓心

論曰試作戊丙線依前推知甲戊與戊丙等又與

戊乙等是從戊至界三線皆等而戊為圓心

增求圓分之心有一簡法于甲乙丙圓分任取三



點于甲于乙于丙以兩線聯之各平分于
丁于戊從丁戊各作垂線相遇于己即己

為圓心



用法圓界上任取四點各為心相向作界
線兩兩相交為戊己庚辛各作直線交于

壬即壬為心

二十六題

等圓之乘圓分角或在心或在界等其所乘之圓分亦等



解曰甲乙丙丁戊己兩圓等其心為庚為辛有甲庚丙丁辛己兩乘

圓角等或甲乙丙丁戊己兩乘圓角等題言所乘

之甲丙丁己兩圓分亦等

乘圓角之在心即分圓角在界即負圓角隨類

名異

二十七題

等圓之角所乘圓分等則其角或在心或在界俱等

增題從此推顯有甲丁乙丙兩直線不相交而在



一圓之內若甲乙與丁丙兩圓分等則甲

丁乙丙兩線必平行若兩線平行則甲乙

丁丙兩圓分必等

二十八題

等圓內兩直線等所割圓分大與大小與小各等

二十九題

等圓之圓分等則其割圓分之直線亦等

三十題

有圓分求兩平分之

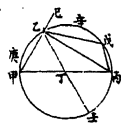


法曰甲乙丙圓分求兩平分先于分之兩
界作甲丙線次平分于丁作乙丁垂線即
分圓分為兩平分

三十一題

負半圓角必直角負大分角小于直角負小分角大
于直角大圓分角大于直角小圓分角小于直角

解曰甲乙丙圓其心丁其徑甲丙于半圓分內任
作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圓分乙



甲丙角負乙甲丙大分又任作乙戊丙

角負乙戊丙小分題先言負半圓之甲

乙丙角為直角二言負大分之乙甲丙

角小于直角三言負小分之乙戊丙角大于直角

四言丙乙庚

謂丙乙直線借乙庚曲線所作角

大圓分角大于直

角後言丙乙辛

謂丙乙直線借乙辛曲線所作角

小圓分角小于

直角

耕曰試作乙壬過心線其壬丁丙分圓角倍大于

壬乙丙負圓角甲丁壬分圓角倍大于甲乙壬負



圓角甲丁壬壬丁丙兩角并與兩直角

等則甲乙壬壬乙丙兩角并必為一直

角矣

本卷
二十

次論曰試作甲壬線成乙甲壬角與甲乙丙直角
等而乙甲丙為其分故小于直角

三論曰甲乙戊丙四邊形在圓內其乙甲丙乙戊

丙相對兩角并等兩直角

本卷
二十二

而乙甲丙小于直

角則乙戊丙必大于直角

四論曰甲乙丙直角為丙乙庚大圓分角之分則

丙乙庚角大于直角

後論曰試引甲乙線至巳成丙乙巳直角而丙乙
辛角為其分故小于直角

一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直



角甲乙丙角形之甲丙丁外角與相對之甲

乙兩角等而甲丙乙內角又與外角等

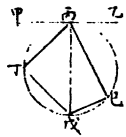
一卷
三二

非直角而何

二系大分之角大于直角小分之角小于直角終
無等于直角

三十二題

直線切園從切界任作直線割園為兩分分內各任
為負園角其切線與割線所作兩角與兩負園角交
互相等



解曰甲乙線切丙丁戊園于丙任作丙戊
直線割園為兩分兩分內任作丙丁戊丙
已戊兩負園角題言甲丙戊角與丙已戊角乙丙
戊角與丙丁戊角交互相等

先論割園線過心者曰甲丙戊乙丙戊兩皆直角

一卷 而丙巳戊丙丁戊兩負半圓角亦皆直角

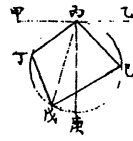
本卷

一三 故交互相等

後論割圓線不過心者曰試作丙庚過心

線次作戊庚線相聯丙戊庚為直角

以負半圓



故 即戊丙庚戊庚丙兩角并等于一直角亦等于

甲丙庚角此二率各減同用之戊丙庚角即所存

甲丙戊與戊庚丙等也而丙巳戊與丙庚戊元等

以所負之圓分等故

故甲丙戊與丙巳戊交互相等又丙丁

戊巳四邊形之丙丁戊丙巳戊兩對角并等兩直

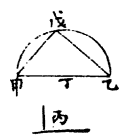
角本卷二而甲丙戊乙丙戊兩交角并亦等兩直角

一卷十三此二率各減一相等之甲丙戊丙已戊則所

存之乙丙戊丙丁戊亦交互相等

三十三題

一直線上求作圓分而負圓分角與所設直線角等



先法曰設甲乙線丙角求線上作圓分而負圓角與丙等或直或銳或鈍若直角即

平分甲乙于丁以丁為心甲為界作半圓內作乙

戊甲即直角

本卷三一



次法曰若設丙銳角先依甲乙線作

丁甲乙銳角與丙等次作戊甲為甲

丁之垂線次作巳乙甲角與巳甲乙角等而乙巳

線與戊甲線遇于巳即以巳為心甲為界作甲庚

乙圓圓內依甲乙線作甲庚乙銳角即與丙等

論曰甲戊線過巳心又為丁甲之垂線丁甲線必

切圓于甲本卷十
六之糸則丁甲乙與甲庚乙兩角必交

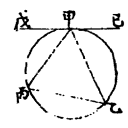
互相等

後法曰若設辛鈍角依甲乙線作壬甲乙鈍角與

辛等餘做次法作甲癸乙鈍角與辛等

三十四題

設園求割一分而負園分角與所設角等



法曰設甲乙丙園求割一分作負園角

與丁等先作戊己線切園于甲次作己

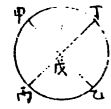
甲乙角與丁等末依甲乙線作甲丙乙角與丁等

論曰己甲乙與甲丙乙兩角交互相等

本卷
三二

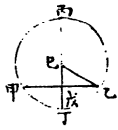
三十五題

園內兩直線交而相分各兩分線矩內形等



解曰甲丁乙丙園內有甲乙丙丁兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心

交而相分于戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內形等若俱過心其各分四線等即兩矩內形亦等



先論曰園內線獨丙丁過心者又有二種其一丙丁平分甲乙線于戊試從心作已乙線其丙丁線既平分于已又任分于戊即丙戊偕戊丁矩內形及已戊上方形并與等已丁之已

乙上方形等二卷又巳戊戊乙上兩方形并亦與

巳乙上方形等一卷是丙戊偕戊丁矩內形及巳

戊上方形并與巳戊戊乙上兩方形并亦等矣次

每減一同用之戊巳上方形則所存丙戊偕戊丁

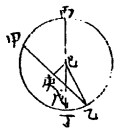
矩內形不與戊乙上方形亦等乎戊乙上方形即

戊乙偕甲戊矩內形以甲戊戊乙兩線等故也

次論曰若丙丁任分甲乙線于戊即平分甲乙線

于庚次從心作巳庚巳乙兩線即巳庚為

甲乙之垂線其丙戊偕戊丁矩內形及巳



戊上方形并與等巳丁之巳乙上方形等

二卷五

巳

戊上方形與巳庚庚戊上兩方形並等

一卷四七

巳乙

上方形與巳庚庚乙上兩方形并亦等則丙戊偕

戊丁矩內形及巳庚庚戊上兩方形并與巳庚庚

乙上兩方形并等次每減同用之巳庚上方形即

所存丙戊偕戊丁矩內形及庚戊上方形不與庚

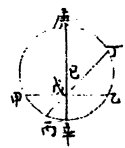
乙上方形等乎又甲戊偕戊乙矩內形及庚戊上

方形并亦與庚乙上方形等

二卷五

此相等兩率每

減同用之庚戊上方形則所餘兩矩內形等矣



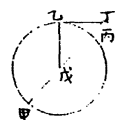
後論曰甲乙丙丁兩線俱不過心
相交于戊或一線平分如上圖或

俱任分如下圖皆自戊作庚辛過心線依上論推
顯甲戊偕戊乙丙戊偕戊丁兩矩內形皆與庚戊
偕戊辛矩內形等即兩矩內形自相等

三十六題

圓外任取一點從點出兩線一切圓一割圓其割圓
全線偕規外線矩內形與切圓線上方形等

解曰甲乙丙圓外任取丁點從丁作丁乙線切圓



于乙作丁甲線截圓界于丙題言甲丁偕

丙丁矩內形與丁乙上方形等

先論丁甲過心者曰試作乙戊為乙丁之垂線其

甲丙線平分于戊又引出一丙丁線即甲丁偕丙

丁矩內形及等戊丙之戊乙上方形并與戊丁上

方形等

二卷六

又戊丁上方形與戊乙丁乙上方

形并等

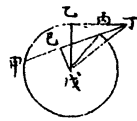
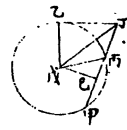
一卷四七

即甲丁偕丙丁矩內形及戊乙上方

形并與戊乙丁乙上方形并等每減同用之戊

乙上方形則所存甲丁偕丙丁矩內形與丁乙上

方形等



後論丁甲不過心者曰試平分甲

丙于巳次從戊心作戊巳戊丙戊

丁戊乙四線即戊乙為丁乙之垂線戊巳為甲丙

之垂線其甲丙線既平分于巳又引出一丙丁線

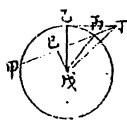
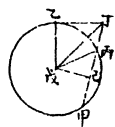
即甲丁偕丁丙矩內形及巳丙上方形并與巳丁

上方形等二卷次每加一戊巳上方形即甲丁偕

丁丙矩內形及巳丙戊巳上方形并與巳丁戊

巳上方形并等夫巳戊丙巳上方形并與戊

丙上方形等又戊巳巳丁上兩方形并與戊丁上
方形等是甲丁偕丙丁矩內形及戊丙上方形并



與戊丁上方形等又戊丁上方形
與丁乙及等戊乙之戊丙上兩方

形并等每減同用之戊丙上方形所存甲丁偕丁
丙矩內形與丁乙上方形不亦等乎

一系若從園外一點任作幾線各全線偕規外線

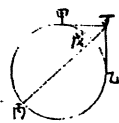
矩內形俱等

論曰各矩內形俱與乙丁線上方形等即



各矩內形自相等

二系從圓外丁點作丁甲丁乙兩切圓線兩線必相等



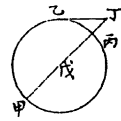
論曰兩線俱與丙丁偕丁戊矩內形等即兩線自相等

三系從圓外一點止可作兩直線切圓

三十七題

圓外任于一點出兩直線一至規外一割圓止規內而割圓全線偕割圓之規外線矩內形與至規外之

線上方形等則止規外之線必切線

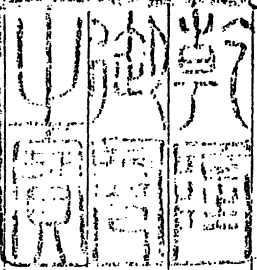


解曰甲乙丙圓其心戊從丁點作丁乙至規外遇圓界于乙又作丁甲割圓至規內

而截圓界于丙其丁甲偕丁丙矩內形與丁乙上

方形等題言丁乙必切圓線

同前題
反言之



幾何論約卷三

欽定四庫全書

子部

幾何論約卷四之首至末

詳校官欽天監天文生臣司選棟

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官降調編修臣倉聖脉

校對官晉靈臺郎臣陳際新

謄錄監生臣王旭昱

繪圖監生臣林 臯

欽定四庫全書

幾何論約卷四之首

柘城杜知耕撰

界說七則

一界此直線形居他直線形內此直線形為他直線形內切形

二界此直線形居他直線形外此直線形為他直線形外切形

三界圓內直線形以各角切圓界為圓內切形

四界圓外直線形以各邊切圓界為圓外切形

五界直線形內圓圓界切直線形之各邊為形內切

圖

六界直線形外圓圓界切直線形之各角為形外切

圖

七界直線之兩端各抵圓為合圓線如甲乙丙丁兩



線俱為合圓線而戊己辛庚兩線或至界或不至界或俱不至界皆不得為合圓線

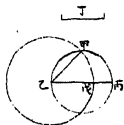
欽定四庫全書

幾何論約卷四

柘城杜知耕撰

一題

有圓求作合圓線與所設線等



法曰甲乙丙圓求作合圓線與所設丁

線等先作丙乙圓徑若與丁等即是合

線若丁小于徑

若大于徑
即不可合

即于乙丙截

乙戊與丁等次以乙為心戊為界作甲戊圓交甲

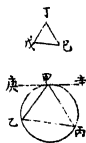
乙丙圓于甲末作甲乙線為所求

耕曰當任指乙為心丁為度向

圓界作短界線為甲即作甲乙線

二題

有圓求作圓內三角切形與所設三角形等



法曰甲乙丙圓求作圓內三角切形其

三角與所設丁戊己形之三角各等先

作庚辛切圓線次作庚甲乙角與所設己角等次

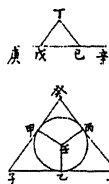
作辛甲丙角與所設戊角等末作乙丙線為所求

論曰甲丙乙與庚甲乙兩角甲乙丙與辛甲丙兩

角各交互相等三卷兩角既等餘一角必亦等

三題

有園求作園外三角切形與所設三角形等



法曰甲乙丙園求作園外三角切形
其三角與所設丁戊己形之三角各
等先引長戊己邊為庚辛次自園界

抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作
乙壬丙角與丁己辛等末于三線各作垂線成三
角形為所求

論曰甲壬乙子四邊形之四角與四直角等

一卷
三二

而壬甲子壬乙子皆直角即甲壬乙甲子乙兩角

并等兩直角彼丁戊庚丁戊己亦等兩直角

一卷
十三

每減一相等之丁戊庚甲壬乙則所存丁戊己與

甲子乙必等依顯丑與己癸與丁角俱等

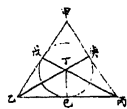
一卷
三二

四題

三角形求作形內切圓

法曰甲乙丙角形求作形內切圓先于乙丙兩角

各平分之作乙丁丙丁兩線相遇于丁次自丁至



各邊作垂線為丁巳丁庚丁戊其戊丁
乙角形之丁戊乙丁乙戊兩角與乙丁
巳角形之丁巳乙丁乙巳兩角各等乙

丁同邊即丁戊丁巳兩邊亦等

一卷
二六

依顯丁巳丁

庚兩邊亦等夫三線俱等丁必圓心即以丁為心

戊為界在巳戊庚圍為所求

耕曰兩分角線相遇
處即圓心任作一垂

線便可作圓不必更作餘兩線餘
兩線為論理而設非作法所需也

五題

三角形求作形外切圓



法曰甲乙丙角形求作形

外切圓先平分兩邊

若直
角鈍

角則分直鈍
兩旁之邊

于丁于戊作

丁巳戊巳為兩邊之垂線相遇于巳其巳點或在

形內或在形外俱作巳甲巳乙巳丙三線或在乙

丙邊上止作巳甲線其甲丁巳角形之甲丁與乙

丁巳形之乙丁兩腰等丁巳同腰丁之兩旁俱直

角即甲巳乙兩底必等

一卷

依顯甲巳乙丙兩

底亦等夫三線俱等巳必圓心即以巳為心甲為

界作乙甲丙圓為所求

耕曰兩垂線相遇處為心即可作圓不必更作餘線

一系若圓心在三角形內必銳角形在一邊必直角形在形外必鈍角形

二系若銳角形圓心必在形內直角形必在一邊鈍角形必在形外

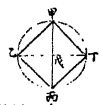
增任設三點不在一直線可作過三點之圓其法于三點各作直線相聯成三角形依前法作圓



用法甲乙丙三點先以甲乙各自為心相
 向作圓分相交于丁于戊次于甲丙亦如
 之相交于巳于庚未作丁戊巳庚兩線引
 長相交于辛即辛為圓心

六題

有圓求內切圓直角方形



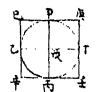
法曰甲乙丙丁圍其心戊求作內切方形
 先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊
 次作甲乙乙丙等四線為所求

論曰四角皆負半圓分故皆直角

三卷
三一

七題

有圓求作外切圓直角方形



法曰甲乙丙丁圍其心戊求作外切方形

先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交于戊

次作庚己辛等四線各與兩徑平行為所求

八題

直角方形求作形內切圓

法曰辛庚方形求作內切圓先平分四邊作甲丙



乙丁兩線相交于戊即以戊為心甲為界
作甲乙丙丁圓為所求

九題

直角方形求作形外切圓



法曰甲丙方形求作外切圓先作甲丙乙
丁對角線相交于戊即以戊為心甲為界

作圓為所求

十題

求作兩邊等三角形底上兩角各倍大于腰間角

法曰先任作甲乙線次分于丙令甲乙偕丙乙矩

內形與甲丙上方形等二卷次以甲為

心乙為界作乙丁圓次作乙丁合圓線

與甲丙等一卷末作甲丁線相聯即兩



邊等三角形而乙丁兩角倍大於甲角

論曰試作丙丁線成甲丙丁角形外作甲丙丁切

圓本卷其甲乙偕丙乙矩內形與甲丙上方形等

亦與乙丁上方形等而丁乙必甲丙丁圓之切線

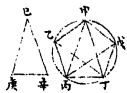
三卷即乙丁丙角與甲角交互相等三卷于兩角

每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁
甲兩角并等又乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲
兩內角并等一卷即乙丙丁角與甲丁乙角等而
與相等之甲乙丁角亦等乙丙丁丙乙丁兩角既
等則丙丁乙丁兩線必等又乙丁元與甲丙等是
丙丁與甲丙亦等兩線既等則甲與甲丁丙兩角
亦等夫乙丁丙丙丁甲既俱等于甲角是甲丁乙
倍大于甲角而相等之甲乙丁角亦倍大于甲角

十一題

有圓求作園內五邊切形其形等邊等角

法曰甲丙戊園求作等邊等角五邊內切形先作
巳庚辛兩邊等角形而庚辛兩角俱倍大于巳角



本卷
十 次于園內作甲丙丁角形與巳庚辛

等次平分甲丙丁甲丁丙兩角作丙戊丁

乙兩線末作甲乙乙丙等四線為所求

論曰甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大于丙甲丁角今
平分兩角即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙
甲五角皆等五角所乘之五園分亦等五園分等

則五邊等矣又甲乙丙丁圍分與乙丙丁戊圍分
等則乘兩圍分之甲戊丁與乙甲戊兩角亦等依
顯餘三角俱等而五角等矣

十二題

有圓求圓外五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊圍求作五邊外切形等邊
等角先作圓內五邊切形次從己心作己
甲己乙等五線次從此五線作庚辛辛壬



等五垂線為所求

十三題

五邊形求作形內切圓



法曰甲乙丙丁戊五邊形求作內切圓先
平分甲戊邊于庚平分乙丙邊于辛次作
庚丙辛戊兩垂線相交于己末以己為心
庚為界作圓為所求

十四題

五邊形求作形外切圓

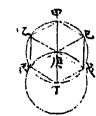
法曰甲乙丙丁戊五邊形求作外切圓先平分乙



丙丁丙丁戊兩角作庚丙辛丁兩線相交
于己未以己為心丙為界作圓為所求

十五題

有圓求作園內六邊切形其形等邊等角



法曰甲丙戊園其心庚求作六邊內切
形等邊等角先作甲丁徑線次以丁為

心庚為界作園兩園相交于丙于戊次從庚心作
庚丙庚戊各引長為丙己戊乙未以甲乙乙丙等
六線聯之為所求

耕曰兩園既等其庚丙丁角形之庚丁庚丙同為
上園之半徑必等而庚丁丙丁同為下園之半徑
亦等六三角形俱
依此推顯三邊等故三角亦等也分角等
故全角亦等也

一系凡園之半徑為六分園之一之分弦何者庚
丁與丁丙等故也

二系依前十二三十四題可作六邊形在園外
又六邊形內外俱可作切園

十六題

有圓求作圓內十五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙圓求作十五邊內切形

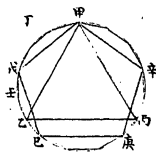
等邊等角先作甲乙丙內切圓平邊

三角形

本卷

每一邊當圓三分之一

即當十五分之五次從甲作甲戊巳



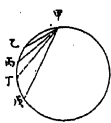
庚辛五邊形每一邊當圓五分之一即當十五分之三平分戊乙于壬則壬乙得十五分之一即依壬乙作十五合圓線為所求

一系依前十二三十四題可作外切圓十五邊

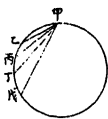
形又十五邊形內外俱可作切園

增題若園內從一點設不等兩內切形之各一邊此兩邊各為若干分園之一其兩若干分相乘之

數即後作形之分數其兩若干分之較數即兩邊相距之園分如甲丙戊園從甲點作甲乙為六邊形之一邊甲丙為



五邊形之一邊甲丁為四邊形之一邊甲戊為三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一即乙丙園分為三十邊形之一邊何者五六相乘得三十



故當為三十邊也較數一故當為一邊也又甲乙圓分為六分圓之一即三十分之五甲丙為五分圓之一即三十分之六則乙丙得三十分之一也依顯乙丁為二十四邊形之二邊何者甲乙命六甲丁命四四六相乘得二十四又較數二也因推乙戊為十八邊形之三邊丙戊為十五邊形之二邊丁戊為十二邊形之一邊也

二系凡作形于圓之內等邊則等角何者形之邊

所乘之圓分皆等故

三卷
二十七

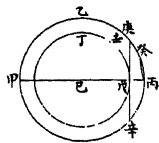
凡作形于圓之外從圓

心至角各作直線依本卷十二題可推各角等

三系凡等邊形可作在圓內即可作在圓外又形
內外俱可作圓

四系凡圓內有一形欲作他形其邊倍于此邊即
分此一邊所合之圓分為兩平分而每分各作一
線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無
窮

又補題圓內有同心圓求作一多邊形切大圓不



至小圓其多邊為偶數而等如甲乙
丙丁戊兩圓同以己為心先作甲丙
徑線截丁戊圓于戊次從戊作庚辛
為甲戊之垂線次平分甲乙丙于乙
再平分丙乙于壬再平分丙壬于癸丙癸小于丙
庚作丙癸合線即所求多邊形之一邊也

幾何論約卷四

欽定四庫全書

幾何論約卷五之首

柘城杜知耕撰

界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例

相比者也此卷以虛例相比絕不及線面體諸類六卷則論線角圓界諸類及諸形之同類相比者也

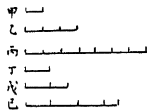
一界分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分
小能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者
也如甲為乙三分之一為丙七分之一無贏不足

也若戊為丁之一即贏為二即不足已

為丁之三即贏為四即不足是不盡大

則丁不能為戊已之分也

本書所論皆指能盡分者



二界小幾何能度大者則大為小之幾倍

三界比例者兩幾何以幾何相比之理凡兩幾何相

比以此幾何比他幾何則此為前率他為後率反

用之以他幾何比此幾何則他為前率此為後率

凡比例有二種有大合有小合以數可明者為大

合非數可明者為小合本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者有不等者等者謂相同之
比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比
十是也有以小不等如十比二十是也大不等者
又有五種一為幾倍大謂大幾何內有小幾何或
二或三或八或十也二為等帶一分謂大幾何內
既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三
分之一四分之一也三為等帶幾分謂大幾何內
既有小之一別帶幾分不能合為一盡分者也四

為幾倍大帶一分五為幾倍大帶幾分小不等者
亦有五種俱與上五種相反為名

四界兩比例之理相似為同理之比例如甲與乙兩
幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其理相似

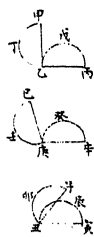
為同理之比例同理又有二種一為連
比例謂相連不斷如後圖戊與己比己
又與庚比是也二為斷比例謂居中兩
率一取不再用如前圖甲自與乙比丙



自與丁比是也

五界兩幾何倍其身而能相勝者為有比例之幾何
如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即
大於八尺之線是為有比例之線也又如方形之
一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而
方邊一倍之即大於對角線是亦有小合比例之
線也又圓徑四倍之即大於圓界則徑與界亦有
小合比例之線也又如初月形別作一方形與之
等未卷一
增附即曲直兩線相視有大有小亦有比例
也又方與圓雖不能為相等之形然兩形相視有

大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如丁乙戊角與甲乙丙直角等壬庚癸



角與己庚辛鈍角等卯丑辰角與子丑寅銳角等此五者皆疑無比

例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖為同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面與體各自為類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切圓角與直線銳角亦無比例何

者畢世倍切圓角不能及至小之銳角故也此後諸篇中每有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

六界四幾何若第一與二偕第三與四為同理之比例則第一與第三之幾倍偕第二與第四之幾倍其相視或等或俱大或俱小恒如是如第一為三第二為二第三為六第四為四今以第一之三第三之六同加四倍為十二為二十四次以第二之二第四之四同加七倍為十四為二十八其倍第



一之十二既小于倍第二之十四而倍
第三之二十四亦小于倍第四之二十
八也又以第一之三第三之六同加六
倍為十八為三十六次以第二之二第
四之四同加九倍為十八為三十六其倍第一之
十八既等于倍第二之十八而倍三之三十六亦
等于倍第四之三十六也又以第一之三第三之
六同加三倍為九為十八次以第二之二第四之
四同加二倍為四為八其倍第一之九既大于倍

第二之四而倍第三之十八亦大于倍第四之八也或俱等或俱大或俱小累試之皆合則三與二偕六與四得為同理之比例

連比例
倣此

七界同理之幾何為相稱之幾何

八界四幾何若第一之幾倍大于第二之幾倍而第三之幾倍不大于第四之幾倍則第一與二之比例大于第三與四之比例此反上六界而釋不同理之比例

九界同理之比例至少必三率

十界四幾何為同理之連比例則第一與三為再加之比例第一與四為三加之比例倣此以至無窮十一界同理之幾何前與前相當後與後相當上文六界八界謂幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍以一與三為兩前二與四為兩後故也

十二界有屬理更前與前更後與後如甲與乙之比

甲 例若丙與丁今更推甲與丙若乙與丁為

丙 屬理

下言屬理皆省曰
更證見本卷十六

此理可施于四率

同類之比例若兩線與兩面或兩面與兩數不為

同類即不得相更也

此下說比例六理皆後論所需也

十三界有反理取後為前取前為後如甲與乙之比

例若丙與丁今反推乙與甲若丁與丙為

反理

證見本卷四之系

此理亦可施于異類

十四界有合理合前與後為一而比其後如甲乙與

$\left. \begin{array}{l} \text{丙} \\ \text{乙} \end{array} \right\} \text{甲}$
 $\left. \begin{array}{l} \text{乙} \\ \text{丙} \end{array} \right\} \text{丁}$

乙丙之比例若丁戊與戊己今合甲丙為

一而比乙丙合丁己為一而比戊己即推甲丙與

乙丙若丁己與戊己是合兩前兩後率而比兩後

率也

證見本卷十八

十五界有分理取前之較而比其後如甲乙與丙乙



之比例若丁戊與己戊今分推甲乙之較

甲丙與丙乙若丁戊之較丁己與己戊

證見本卷十七

十六界有轉理以前為前以前之較為後

圖同前界

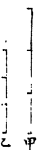
如甲

乙與丙乙之比例若丁戊與己戊今轉推甲乙與

甲丙若丁戊與丁己

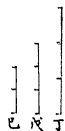
證見本卷十九

十七界有平理此甲乙丙三幾何彼丁戊己三幾何



相為同理之連比例者甲與乙若丁

與戊乙與丙若戊與己也今平推首



甲與尾丙若首丁與尾巳

平理之分
又有二種

如後
二界

十八界有平理之序者甲與乙若丁與戊而後乙與

他率丙若後戊與他率巳是序也今

平推甲與丙若丁與巳也

此與十七
界同重宣

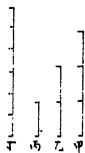
序義以別後界也
證見本卷二二



十九界有平理之錯者甲與乙若戊與巳又此之後

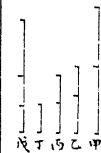
乙與他率丙若彼之他率丁與前戊

是錯也今平推甲與丙若丁與巳也



戊 證 見本
乙 卷 二三

增甲與乙為比例即此丙必有彼丁相與為比例



若甲與乙也丙與丁為比例必有彼
戊與此丙為比例若丙與丁也

欽定四庫全書

幾何論約卷五

柘城杜知耕撰

一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍于彼之各率則此之并率亦幾倍于彼之并率

解曰甲乙此二幾何大于丙丁彼二幾何各若干倍題言甲乙并大于丙丁并亦若

干倍

甲
乙
丙
丁

二題

六幾何其第一倍第二之數等于第三倍第四之數
而第五倍第二之數等于第六倍第四之數則第一
第五并倍第二之數等于第三第六并倍第四之數

庚
辛
乙
丙
丁
戊
己

解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四
己之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛
倍四己之數題言一甲乙五乙庚并倍二
丙之數若三丁戊六戊辛并倍四己之數

三題

四幾何第一之倍第二若第三之倍第四次倍第一
又倍第三其數等則第一所倍之與第二若第三所
倍之與第四



解曰一甲所倍于二乙若三丙所倍于
四丁次作戊已兩幾何同若干倍于甲
于丙題言以平理推戊倍乙若已倍丁

四題

四幾何第一與二倍第三與四比例等第一第三同
任為若干倍第二第四同任為若干倍則第一所倍

與第二所倍第三所倍與第四所倍比例亦等

解曰甲與乙偕丙與丁比例等次作

戊與己同任若干倍于一甲三丙別

作庚與辛同任若干倍于二乙四丁題言一甲所

倍之戊與二乙所倍之庚偕三丙所倍之己與四

丁所倍之辛比例亦等



論曰試以戊己同任

倍之為壬為癸別以

庚辛同任倍之為子

為丑其戊之倍甲既若巳之倍丙而壬之倍戊亦若癸之倍巳即壬之倍甲亦若癸之倍丙也

三本卷

依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙偕丙與丁之比例既等而壬癸所倍于甲丙子丑所倍于乙丁各等即三試之若倍甲之壬小于倍乙之子則倍丙之癸亦小于倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等若壬大于子即癸亦大于丑

本卷
界六不論

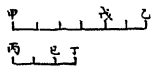
幾許倍其等大小恒如是也則戊與庚偕巳與辛之比例必等

一系凡四幾何一與二偕三與四比例等即可反推二與一偕四與三比例亦等

二系若甲與乙偕丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍偕丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等倣此以至無窮

五題

大小兩幾何此全所倍于彼全若此全截分所倍于彼全截分則此全之分餘所倍于彼全之分餘亦如之

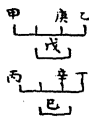


解曰甲乙所倍于丙丁若甲乙截分之甲戊所倍于丙丁截分之丙巳題言甲戊分餘之戊乙所倍于丙巳分餘之巳丁亦如其數

六題

此兩幾何各倍于彼兩幾何其數等于此兩幾何每減一分其一分之各倍于所當彼幾何其數等則其分餘或各與彼幾何等或尚各倍于彼幾何其數亦等

解曰甲乙丙丁各倍于戊巳其數等每減一倍戊



已相等之甲庚丙辛題言分餘庚乙辛丁
或與戊已等或尚各倍于戊已其數亦等

七題

此兩幾何等則與彼幾何各為比例必等而彼幾何
與此相等之兩幾何各為比例亦等



解曰甲乙兩幾何等彼幾何丙不論等大小
于甲乙題言甲與丙偕乙與丙各為比例必
等又反上言丙與甲偕丙與乙各為比例亦等

八題

大小兩幾何各與他幾何為比例則大與他之比例
大于小與他之比例而他與小之比例大于他與大
之比例

甲
乙
丙

解曰不等兩幾何甲大乙小又有他幾何丙
不論等大小于甲于乙題言甲與丙大于乙
與丙之比例又反言丙與乙大于丙與甲之比例

九題

兩幾何與一幾何各為比例而等則兩幾何必等一
幾何與兩幾何各為比例而等則兩幾何亦等

十題

彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大于彼與他
之比例則此幾何大于彼他幾何與彼幾何之比例
大于他與此之比例則彼幾何小于此

三
甲乙丙

解曰甲乙兩幾何又有丙幾何甲與丙之比
例大于乙與丙題言甲大于乙又言丙與乙
之比例大于丙與甲則乙小于甲

十一題

此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等而彼兩幾

何之比例與他兩幾何之比例亦等則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等

甲
乙
丙
丁

解曰甲乙偕丙丁之比例各與戊己等
題言甲乙與丙丁之比例亦等

十二題

數幾何所為比例皆等則并前率與并後率之比例若各前率與各後率之比例

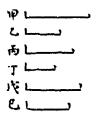
甲
乙
丙
丁
戊
己

解曰甲乙丙丁戊己數幾何甲與乙若丙與丁丙與丁若戊與己題言甲丙戊

諸前率并與乙丁巳諸後率并之比例若甲與乙
丙與丁戊與巳各前與各後也

十三題

數幾何第一與二之比例若第三與四而第三與四
之比例大于第五與六則第一與二之比例亦大于
第五與六



解曰一甲與二乙之比例若三丙與四
丁而三丙與四丁之比例大于五戊與

六巳題言甲與乙之比例亦大于戊與巳

十四題

四幾何第一與二之比例若第三與四而第一大于第三則第二亦大于第四第一或小或等于第三則第二亦等亦小于第四

解曰甲與乙之比例若丙與丁題言甲大

甲乙丙丁

于丙則乙亦大于丁若等亦等若小亦小

十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等

解曰甲與乙同任倍之為丙為丁題言丙與丁之

丁
甲
乙
丙
戊
己
庚

解曰甲乙丁乙與丙戊己戊相合兩幾何

甲乙與丁乙若丙戊與己戊題言分之甲丁與丁
乙若丙己與己戊也

十八題 合理

兩幾何分之為比例等則合之為比例亦等

丁
甲
乙
丙
戊
己
庚

解曰甲丁丁乙與丙己己戊兩分幾何其

甲丁與丁乙若丙己與己戊題言合之甲乙與丁
乙若丙戊與己戊也

十九題 其系為轉理

兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比
例等則分餘之比例與兩全之比例亦等

乙
丙
丁

解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁

全之比例若截取之甲戊與丙巳題言分餘戊乙
與巳丁之比例亦若甲乙與丙丁

系從此題可推界說十六之轉理如上甲乙與戊
乙若丙丁與巳丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與
丙巳

二十題

有三幾何又有三幾何相為連比例而第一幾何大于第三則第四亦大于第六第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六

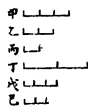


解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何其
甲與乙若丁與戊乙與丙若戊與己題
言若甲大于丙丁亦大于己若甲等于
丙丁亦等于己若甲小于丙丁亦小于己

二十一題

有三幾何又有三幾何相為連比例而錯以平理推

之若第一大于第三則第四亦大于第六若第一或等或小于第三則第四亦等亦小于第六



解曰甲乙丙三幾何丁戊已三幾何相為連比例不序不序者甲與乙若戊與

已乙與丙若丁與戊以平理推之若甲大于丙題言丁亦大于已

論曰甲既大于丙即甲與乙大于丙與乙

本卷而

甲與乙若戊與已即戊與已亦大于丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁

也本卷則戊與巳大于戊與丁是丁大于巳也

甲
乙
丙
丁
戊
巳

次解曰若甲等于丙題言丁亦等于巳
論曰甲丙既等即甲與乙若丙與乙

本卷

七而甲與乙若戊與巳即丙與乙亦若戊與巳也

又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也本卷則戊與巳若戊與丁是丁巳等也

後解曰若甲小于丙題言丁亦小于巳
論曰甲既小于丙即甲與乙小于丙與

甲
乙
丙
丁
戊
巳

乙本卷而甲與乙若戊與巳即戊與巳亦小于丙

與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙若
戊與丁本卷則戊與己小于戊與丁是丁小于己
也

二十二題 平理之序

有若干幾何又有若干幾何其數等相為連比例則
以平理推之

甲
乙
丙
丁
戊
己
辛

解曰有若干幾何甲乙丙又有若干
幾何丁戊己而甲與乙若丁與戊乙

與丙若戊與己題言以平理推之甲與丙若丁與

已如更有庚辛二幾何其丙與庚若已與辛依顯

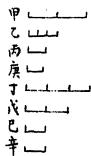
甲與庚亦若丁與辛

四以上
倣此

二十三題

平理之錯

若干幾何又若干幾何其數等相為連比例而錯亦
以平理推



解曰甲乙丙若干幾何丁戊己若干
幾何相為連比例而錯者其甲與乙

若戊與己乙與丙若丁與戊題言以平理推之甲
與丙亦若丁與己如更有庚辛兩幾何其戊與辛

若甲與丙丙與庚若丁與戊即以甲丙庚作三幾何丁戊辛作三幾何相為連比例而錯則甲與庚

亦若丁與辛

四以上
倣此

耕曰以數明之甲設十八乙設九丙設六丁設四

甲十八

乙九

丙六

十八戊設三十二己設十六甲與丙若

丁十八

戊三十二

己十六

丁與己其故何也蓋甲與乙若六與三

乙與丙若三與二則甲與丙若六與二矣又丁與戊若六與四戊與己若四與二則丁與己亦若六與二矣兩前兩後俱若六與二故比例等也庚辛

兩幾何亦依此推顯

二十四題

凡第一與二之比例若第三與四而第五與二之比
例若第六與四則第一第五并與二之比例若第三
第六并與四



解曰一甲乙與二丙若三丁戊與四己而
五乙庚與二丙若六戊辛與四己題言一
甲乙五乙庚并與二丙若三丁戊六戊辛并與四
己

增題此兩幾何與彼兩幾何比例等于此兩幾何

每截取一分其截取兩幾何與彼兩幾何比例等

則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等

此增與六題大同但

六題言幾倍此不言倍其意稍廣矣

二十五題

四幾何為斷比例則最大與最小兩幾何并大于餘

兩幾何并

解曰甲乙與丙丁若戊與己甲乙最大己

最小題言甲乙己并大于丙丁戊并



論曰試于甲乙截取甲庚與戊等子丙丁截取丙
辛與巳等甲庚丙辛既等于戊巳其比例必若甲
乙與丙丁也夫甲乙與丙丁既若甲庚與丙辛即
亦若分餘之庚乙與辛丁也本卷十九而甲乙最大必
大于丙丁即庚乙亦大于辛丁矣若于戊加等巳
之丙辛于巳加等戊之甲庚兩率必等而又加不
等之庚乙辛丁則甲乙巳并豈不大于丙丁戊并

二十六題

第一與二之比例大于第三與四反之則第二與一

之比例小于第四與三



解曰一甲與二乙之比例大于三丙與四
 丁題言反之二乙與一甲之比例小于四

丁與三丙

二十七題

第一與二之比例大于第三與四更之則第一與三
 之比例亦大于第二與四



解曰一甲與二乙大于三丙與四丁題言
 更之則一甲與三丙亦大于二乙與四丁

甲乙丙丁

論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙大
于戊與乙是甲大于戊則甲與丙必大于戊與丙
矣夫戊與乙既若丙與丁更之則戊與丙亦若乙
與丁則甲與丙大于乙與丁

二十八題

第一與二之比例大于第三與四合之則第一第二
并與二之比例亦大于第三第四并與第四

解曰一甲乙與二乙丙大于三丁戊與四

戊已題言合之則甲丙與乙丙亦大于丁

巳與戊巳

論曰試作庚乙與乙丙之比例若丁戊與戊巳即
甲乙與乙丙大于庚乙與乙丙是甲乙大于庚乙
矣此兩率每加一乙丙即甲丙亦大于庚丙甲丙
與乙丙大于庚丙與乙丙即大于丁巳與戊巳

二十九題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四分
之則第一與第二之比例亦大于第三與四

甲
乙
丙
丁

解曰甲丙與乙丙大于丁巳與戊巳題言

分之則甲乙與乙丙亦大于丁戊與戊己

論同前

三十題

第一合第二與二之比例大于第三合第四與四轉之則第一合第二與一之比例小于第三合第四與

三



解曰甲丙與乙丙大于丁巳與戊巳題言轉之則甲丙與甲乙小于丁巳與丁戊

耕曰甲丙與乙丙若四與一丁巳與戊巳若三與一則四與一大于三與一矣甲乙與乙丙若三與

一丁戊與戊巳若二與一則三與一大于二與一
矣甲丙與甲乙若四與三丁巳與丁戊若三與二
則四與三小于三與二矣

三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第
一與二此第二與三之比例大于彼第二與三如是
序者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第
一與三

解曰甲乙丙此三幾何丁戊巳彼三幾何而甲與

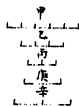


于丁與已

三十二題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大于彼第二與三此第二與三之比例大于彼第一與二如是錯者以平理推則此第一與三之比例亦大于彼第一與三

解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與



乙大于戊與已乙與丙大于丁與戊如是
錯者題言以平理推則甲與丙亦大于丁
與已



論曰試作庚與丙之比例若丁與戊即乙
與丙大于庚與丙而乙幾何大于庚

本卷
十

是甲與小庚大于甲與大乙矣

本卷
八

夫甲與乙既

大于戊與已即甲與庚更大于戊與已也次作辛
與庚之比例若戊與已即甲與庚亦大于辛與庚
而甲幾何大于辛

本卷
十

是大甲與丙大于小辛與

丙矣

本卷八

夫辛與丙以平理推之若丁與已也

本卷

二則甲與丙大于丁與已

三十三題

此全與彼全之比例大于此全截分與彼全截分之比例則此全分餘與彼全分餘之比例大于此全與彼全之比例

乙
戊
丙
甲

解曰甲乙全與丙丁全大于兩截分甲戊

與丙已題言兩分餘戊乙與已丁大于甲乙與丙

丁

論曰甲乙與丙丁既大于甲戊與丙巳更之即甲

乙與甲戊亦大于丙丁與丙巳也本卷二十七又轉之甲

乙與戊乙小于丙丁與巳丁也本卷三十又更之甲乙

與丙丁小于戊乙與巳丁也本卷二十七若兩全之比例

小于截分則分餘之比例必小于兩全

三十四題

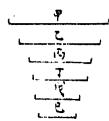
若干幾何又有若干幾何其數等而此第一與彼第二
一之比例大于此第二與彼第二此第二與彼第二
之比例大于此第三與彼第三以後俱如是則此并

與彼并之比例大于此末與彼末亦大于此并減第一與彼并減第一而小于此第一與彼第一

解曰甲乙丙三幾何又丁戊己三幾何

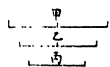
其甲與丁大于乙與戊乙與戊大于丙

與己題先言甲乙丙并與丁戊己并大



于丙與己次言亦大于乙丙并與戊己并後言小

于甲與丁



論曰甲與丁既大于乙與戊更之即甲與乙

大于丁與戊也本卷二十七又合之甲乙并與乙大

丁戊巳

于丁戊并與戊也

本卷二八

又更之甲乙并與丁

戊并大于乙與戊也

本卷二七

是甲乙全與丁戊

全大于減并乙與減并戊也既爾即減餘甲與減

餘丁大于甲乙全與丁戊全也

本卷三三

依顯乙與戊

亦大于乙丙全與戊巳全即甲與丁更大于乙丙

全與戊巳全也又更之甲與乙丙并大于丁與戊

巳并也

本卷二七

又合之甲乙丙全與乙丙并大于丁

戊巳全與戊巳并也

本卷二八

又更之甲乙丙全與丁

戊巳全大于乙丙并與戊巳并也

本卷二七

則得次解

也又甲乙丙全與丁戊己全既大于減并乙丙與

減并戊己即減餘甲與減餘丁大于甲乙丙全與

丁戊己全也

本卷三三

則得後解也又乙與戊既大于

丙與己更之即乙與丙大于戊與己也

本卷二七

又合

之乙丙全與丙大于戊己全與己也

本卷二八

又更之

乙丙并與戊己并大于丙與己也

本卷二七

而甲乙丙

并與丁戊己并既大于乙丙并與戊己并即更大

于未丙與未己也則得先解也若兩率各有四幾

何而丙與己亦大于庚與辛即與前論同理依上

論乙與戊大于乙丙庚并與戊巳辛并即

甲與丁更大于乙丙庚并與戊巳辛并也

更之即甲與乙丙庚并大于丁與戊巳辛并也

本卷十八

又合之甲乙丙庚全與乙丙庚并大于丁戊巳辛全與戊

巳辛并也又更之甲乙丙庚全與丁戊巳辛全大于乙丙庚并

與戊巳辛并也

本卷二十七

則得次解也又甲乙丙庚全與

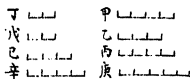
丁戊巳辛全既大于減并乙丙庚與減并戊巳辛即

減餘甲與減餘丁大于甲乙丙庚全與丁戊巳辛全

也

本卷三二

則得後解也又依前論顯乙丙庚并與戊



巳辛并既大于庚與辛而甲乙丙庚全與丁戊巳
辛全大于乙丙庚并與戊巳辛并即更大于未庚
與未辛也則得先解也自五以上俱倣此

幾何論約卷五