

四庫全書

子部

欽定四庫全書

子部
九章錄要卷六

詳校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣臣楊懋珩

校對官主事臣郭長發

謄錄監生臣黃熙純

欽定四庫全書

九章錄要卷六

松江屠文漪撰

少廣法

古九章四曰少廣以御積累方員

開平方法 平方開除先列實視實有幾位

凡實之大數從千起

者四位從萬起者五位蓋實尾雖止於十而無以下小數亦存一虛位止於百而無以下小數亦存兩虛

位一定不可易也 即知須幾開而盡

凡經再開者開得平方大數從十起三開者百

四開者千或實尾一開虛擬而未經開者即開得數終於十而無以下小數也率實兩位而

一開逆從實尾向左數之尾在至實首則一位亦一

開也其開之法有三曰方曰廉曰隅方法亦謂之商意中商量而定

之也隅即次商三商而又自有隅法初開視實首位以起方法實首一

位開者一位之實多不過九取三及以下數自乘兩位開者兩

之實少不取三及以上數自乘所取以自乘之數初

商也列實首之左亦有不列於左而即借實首位列之者說詳於後自乘所

得數用以減實是為初開餘實須再開則用廉法廉

法者倍前方法以之除實得次商相隨列初商之右

即以次商為隅法自乘得數用減實訖

於廉法下一位減之觀後

假例是為再開自三開以後俱倣此

或問廉隅之義曰初開已成平方形矣再開欲增廣其前方則不必四邊俱加而但於兩邊各加一廉其長如前方之數廉有二故倍之也此未及廉之廣以除實得次商次商乃廉之廣數而所加二廉其長各如前方之數則二廉相會之一角猶缺一小平方其四邊皆與廉之廣等故又以次商為隅法而自乘以足之也

假如實一萬五千一百二十九列甲乙丙丁戊五位

此須三度開而實首只甲一位開也甲數一則取一為初商列甲之左而以一自乘仍得一即於甲位去

一此初開也再開倍前方一得二

前方是一百倍之為二百而此且勿

論也但謂之一謂之二可耳

為廉法以二除乙之五

乙丙兩位為再開之位而

廉法當於乙位除隅法當於丙位除也

則於乙減四存一於甲空位列

二為次商而以隅二自乘得四於丙位減之則去乙之一加丙一為七此再開也三開倍前方一十二得

二十四

前方一下復有二則且謂之一十二矣不計其為一百二十也雖更多亦然

為廉

法先以二除丙之七

丁戌兩位為三開之位則廉法當於丁位除而廉法有二十四

即二當於丙位除也則於丙減六存一於乙空位列三

為三商次以四與三相乘得一十二於丙丁兩位減

之廉之四當於丁位除而與商乘得一十則並去丙

二即一又當於丙位除矣隅法亦然

之一丁之二又以隅三自乘得九於戊位減之適盡

得方一百二十三

又如實四十五萬九千六百八十四列甲乙丙丁戊

己六位此亦須三度開而實首乃甲乙兩位開也甲

乙數四十五

甲四乙五并而計之則曰四十
五而不必問其為四十五萬也

且取六

為初商列甲之左而以六自乘得三十六於甲乙兩

位減之則去甲之四加乙五為九此初開也再開倍

六得一十二為廉法先以一除乙之九則於乙減七

存二於甲空位列七為次商

不用八者以八開
之則實不足也

次以

二與七相乘得一十四於乙丙兩位減之則減乙二

為一丙九為五又以隅七自乘得四十九於丙丁兩

位減之則去丙之五加丁六為七此再開也三開倍

六十七得一百三十四為廉法先以一除乙之一已戌

兩位為三開之位則廉法之一當於丙位除而乙位當列三商矣今乙位有實則亦以除丙之法除之蓋乙丙同除猶實首之兩位并開也除同而所以除不同假使乙位空而兩位有一則以廉一除丙當去丙之一而列一於乙為三商今以除乙之一則為見一無除改作九而下添一也三商在乙位自不可易耳則改乙一為九加丙空為一而其下實不足除即又減乙九為八為三商而加丙一為二乙之一丙之十也試列十於丙

而以廉一除之與此同則除乙猶之除丙耳

次以三與八相乘得二十四

於丙丁兩位減之則去丙之二減丁七為三次以四

與八相乘得三十二於丁戊兩位減之則去丁之三
減戊八為六又以隅八自乘得六十四於戊己兩位
減之適盡得方六百七十八

又如實六百七十六列甲乙丙三位此只須兩度開
而實首係甲一位開也甲數六且取二為初商列甲
左而以二自乘得四即於甲減四存二此初開也再
開倍二得四為廉法以四除甲之二則改甲二為五
又以四除乙之七則於乙減四存三於甲加一為六

為次商

此甲乙同除如前第二例第三開之乙丙同除也前例只是以廉一除丙之十此例只是

以廉四除乙之二十七合觀二例其義益明

乃以隅六自乘得三十六減

乙丙實並盡得方二十六

開方得數審空位例 假如實六十五萬四千四百八

十一列甲乙丙丁戊己六位此須三度開而實首係

甲乙兩位開也甲乙數六十五且取八為初商列甲

左而以八自乘得六十四於甲乙兩位減之則去甲

之六減乙五為一此初開也再開倍八得一十六為

廉法先以一除乙之一而其下實不足除知再開值

空位矣

丙丁為再開之位則廉之六當於丙位除一當於乙位除而除得次商當在甲位今若去

乙之一而列一於甲為次商即丙位無六可除此當為見一無除改作九而下添一然則商乃在乙位而

甲位空矣可知無次商宜便接三開也

三開倍八十得一百六十前下方

有空位則謂之八十也若更有空位亦遞進之

為廉法仍先以一除乙之一

戊己為三開之位則廉法當於戊位除而廉法有一百六十即六當於丁位除一當於丙位除今乙位有實又須以除丙之法除之蓋除乙猶之除丙則改乙其說已詳前二例矣

三商自當在乙位也

則改乙

一為九為三商而加丙四為五次以六與九相乘得

五十四於丙丁兩位減之則並去丙之五丁之四又以隅九自乘得八十一於戊己兩位減之適盡得方八百零九

開方初商列位法 凡初商列於實首位之左者為多而不盡然也須知實首兩位開而初商數不滿五者必當借實首甲位列之何也實首甲一位開則乙丙為次開之位而乙屬廉丙屬隅也廉法於乙位除即除得次商當在甲位而初商不得不列甲之左矣實

首兩位開則丙丁為次開之位而丙屬廉丁屬隅也
廉法於丙位除而初商係五倍之為十過十進位乃
當於乙位除即除得次商亦當在甲位而初商不得
不列甲之左矣五以上更不必言若實首既以兩位開而初
商係四倍之為八只當於丙位除然則除得次商當
在乙位而初商當列甲位又何疑乎四以下更不必言且如
實二千四百零一列甲乙丙丁四位當取四為初商
而減甲乙實一十六則先去甲之二加乙四為八乃

以初商四列甲位再開倍四得八為廉法以除乙之
八則改乙八為九為次商加丙空為八而以隅九自
乘得八十一減丙丁實並盡得方四十九倘以初商
四列甲左竟似四百零九其誤甚矣蓋開得商數中
間應有空位與否信手布算即自然而見本不煩擬
議也但審定初商位置則無空者不致誤而成空而
以後俱任其自然之數可耳

又按右例若以初商列甲左次以廉八除乙之八或

去乙之八列一於甲為次商而以隅一自乘減丁之
一亦盡乃得方四十一豈非誤之尤甚者乎蓋丙丁
為次開之位而廉法止有八則當於丙位除除得次
商當在乙位雖乙位有實而以除丙之法除乙然次
商畢竟仍在乙位斷無進到甲位之理不辨於此且
致大誤故詳論之而初商若便列在甲位亦自無此
弊矣

開方餘實命分法 開方餘實僅及所開方數一倍以

下則命分命分者倍方加一數以命之

倍方者廉法加一數者隅

法假如實五十五開得方七而餘實六即倍七又加一數得一十五以為母而以六為子命之曰一十五分之六并整為七零一十五分之六也

開方求零分密法 開方餘實欲除令盡即所得方數必帶零分而若以所命之分為方數試以自乘見積頗胸於原實則法猶疎也且如實二十開得方四而餘實四依命分法為九之四并整為四又九之四乃

化整俱為零曰九之四十母子各自乘以見方積母

得八十一

此原實一之方積也蓋一實而縱橫俱分為九則其中應有方積八十一矣

子

得一千六百

此總方積也

以母積除子積歸整得實一十九

又八十一之六十一則胸於原實八十一之二十當

更有法以開之其法倍九之四十

倍之為廉法也

為九之八

十以除胸八十一之二十得七百二十之二十約為

三十六之一與前方九之四十相并得三百二十四

之一千四百四十九約為三十六之一百六十一以

母除子歸整得方四又三十六之一十七仍化整俱
為零母子各自乘以見方積母得一千二百九十六
子得二萬五千九百二十一以母積除子積歸整得
實二十又一千二百九十六之一雖盈於原實一千
二百九十六之一然比之朒於原實八十一之一二十
則其法已密矣

又法如實二十開得方四而餘實四但倍方為分母
不復加隅而以餘實為子曰八之四約為二之一并

整為四又二之一乃化整俱為零曰二之九母子各
自乘以見方積母得四子得八十一以母積除子積
歸整得實二十又四之一則盈於原實四之一亦更
有法以開之其法倍二之九為一之九本欲倍其子而半其母則
子自倍矣不須更用約法以除盈四之一得三十六之一與前方

二之九相減

此與前法正同而盈朒并減有辨蓋前方朒於原實則以廉法除所朒之數而

與之相并前方盈於原實則以廉法除所盈之數而與之相減也

得七十二之三

百二十一以下各數並與

前法同

按二法所得數其歸正同蓋偶同耳他處則往往小異也

右二法開方自乘得積並盈於原實一千二百九十
六之一必欲除盡依法再開之以四又三十六之一
十七復化為三十六之一百六十一倍之為一十八
之一百六十一以除盈一千二百九十六之一得一
萬一千五百九十二之一與前方三十六之一一百六
十一相減得四十一萬七千三百一十二之一一百八
十六萬六千二百七十六約為一萬一千五百九十

二之五萬一千八百四十一以母除子歸整得方四
又一萬一千五百九十二之五千四百七十三仍化
整俱為零母子各自乘以見方積母得一億三千四
百三十七萬四千四百六十四子得二十六億八千
七百四十八萬九千二百八十一以母積除子積歸
整得實二十又一億三千四百三十七萬四千四百
六十四之一此則盈於原實為數甚微矣欲除盡依
法再開

又法開方不盡實則增開數以求之凡增一開者化實之一為百而開得方數當十而一增二開者化實之一為萬而開得方數當百而一假如實二十四化為二千四百開之得四十九是為一十之四十九以母除子歸整得方四又一十之九仍化整俱為零自乘以見方積得一百之二千四百零一以母積除子積歸整得實二十四又一百之一乃盈於原實一百之一也或增二開三開者倣此

零分開方法 原實係整數而開之帶零分者前法已
詳矣若原實先係零分而欲開方者法以母自開得
數為母子自開得數為子其大端也如實九之四開
得方三之二是已更有開得數復成零分乃須分別
算之如實九之二十母開得三子開得四又九之四
化為九之四十

此只依命分之數聊示其法耳未及密率也

此當用整除

零分法以三乘九為母以四十為子得方二十七之
四十也如實二十之九母開得九之四十子開得三

此當用零分除整法以四十為母以九乘三為子得
方四十之二十七也又如實七之二十母開得二又
五之三化為五之一十三子開得九之四十此當用
零分除零分法以一十三乘九為母以五乘四十為
子得方一百一十七之二百也蓋原實之母本法也
原實之子則實也故右三例用法分別如此前零分
篇中於開方法未詳茲乃盡其變云

長方以積與長廣較求長廣 法以四乘積并較實開

方得長廣和和較相并半之得長相減半之得廣

長方以積與長廣和求長廣 法以四乘積減和實開

方得長廣較 按四乘積者以四長方兩縱兩橫列

四隅合為大平方則四邊各兼長廣之數而中央不

滿者正較自乘之小平方故知和實中有四積一較

實也

二法亦見句股章彼以八乘積者句股之積半長方積也

右二法可該下文

縱方七法而七法更不可不講者蓋變化無窮之用

出焉固非右二法所能及矣具詳於左

帶縱并方廉開平方法 長方以積與較求廣者其長
之積多於廣當加法以帶除其長積名帶縱并方廉
開平方依常列實定開位以較為帶縱初開稍朒其
商以帶縱并之為方法
常法以方與商為一此以方與商為二 乃以乘
商減實再開倍前商亦以帶縱并之為廉法以除實
得次商其隅法如常

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位其長廣較
一十二求廣者初商得二列甲左而以縱并商得三

十二

須知初商之二是二十故并縱得三十二也凡商與縱并者以十隨十以百隨百并之相減亦

然為方法乃以方法乘商以三乘二得六

此處只作二與三且

勿論其為二十與三十可也

於甲位減之

依常法商二自乘當於甲位減令與方法三相

乘亦同也則減甲八為二次以二乘二得四於乙位減之

六於甲位減則四當於乙位減故初開而減及次開之廉位也

則減乙六為二此初

開也再開倍前商二得四并縱得五十二

倍商是四十也

商不為廉法先以五除甲之二

倍商之四當於乙位除因帶縱首之一而

成五亦同除得次商當在甲位令甲位有實故以除乙之法除甲而次商仍在甲位非因五十而進一位

也此五只作五若倍商四縱首則改甲二為四為次

六并成一十乃當進一位耳

商次以二乘四得八於丙位減之

五於乙位除則二當於丙位除故廉

法而減及隅位也

則減乙二為一加丙四為六又以隅四自

乘得一十六減乙丙兩位實盡得廣二十四

并較得長三十

六

又如實二十三萬零四百列甲乙丙丁戊己六位

為虛帶縱七百二十初商得二

若商三則并縱首之位七為一十又與商乘

得三十而實首只二列甲左

不列甲位者帶縱故也

而以縱并

商得九百二十為方法乃以方法乘商以九乘二得
一十八於甲乙兩位減之則去甲之二加乙三為五
次以二乘二得四於丙位減之則減乙五為四加丙
空為六此初開也再開倍前商二得四并縱得一千
一百二十為廉法先以一除乙之四倍商之四當於
丙位除因并縱
首之七而成一十一則此一當進而於乙位除除則
得次商當在甲位矣初商不列甲位正為此也
去乙之四於甲空位列四為次商次以一乘四得四
於丙位減之則減丙六為二次以二乘四得八於丁

位減之則減丙二為一加丁四為六又以隅四自乘

得一十六減丙丁實並盡得廣二百四十

并較得長九百六十

又如實一萬九千四百四十列甲乙丙丁戊五位帶

縱七十二初商得一系列甲左而以縱并商得一百七

十二為方法乃以方法乘商以一乘一仍得一於甲

位減之則去甲之一次七仍得七於乙位減之則減

乙九為二次二仍得二於丙位減之則減丙四為二

此初開也再開倍前商一得二并縱得二百七十二

為廉法先以二除乙之二而其下實不足除知再開

值空位矣

倍商之二當於乙位除除得次商當在甲位今若去乙之二而列一於甲為次商即

丙丁兩位無七與二可除當為見二無除改作九而

下添二

然則商乃在乙位矣既退一位知是三商非

次商也

三開倍前商一十得二十

此謂之一與二皆百也并

縱得二百七十二為廉法仍先以二除乙之二

倍商之二

十當於丙位除乙位有實故以除丙之法除乙也

則改乙二為九加丙二為

四而其下實又不足除即又減乙九為八為三商而加丙四為六次以七乘八得五十六於丙丁兩位減

之則去丙之六加丁四為八次以二乘八得一十六
於丁戊兩位減之則減丁八為六加戊空為四又以
隅八自乘得六十四減丁戊實並盡得廣一百零八
并較得長
一百八十

又如實一萬六千一百二十八列甲乙丙丁戊五位

帶縱七十二此當減一開而實首取三位并開之

若初

商一則并縱得一百七十二而
乙丙兩位無七與二可除也初商得九

此當借列
實首中位

而以縱并商得一百六十二為方法乃以方法乘商

以一乘九得九於乙位減之

初商之九當於丙位減因并縱首之七而成一

十六則此一當進而於乙位減

則去甲之一加乙六為七次以六乘

九得五十四於乙丙兩位減之則減乙七為一加丙

一為七次以二乘九得一十八於丙丁兩位減之則

減丙七為五加丁二為四此初開也再開倍前商九

得一十八并縱得二百五十二為廉法先以二除乙

之一

倍商之一十八當於丙丁兩位減并縱首七而成二十五其位亦同今乙位有實故以除丙之

法除乙也

則改乙一為五又以二除丙之五則於丙減二

存三於乙加一為六為次商次以五乘六得三十於
丙位減之則去丙之三次以二乘六得一十二於丁
戊兩位減之則減丁四為三戊八為六又以隅六自
乘得三十六減丁戊實並盡得廣九十六并較得長一百六十
八

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊
己六位帶縱一千零八十八初商得一初商是百而縱乃至千故

只可列甲左而以縱并商得一千一百八十八為方

法乃以方法乘商以一乘一仍得一於甲位減之一

百之一當於乙位減此是縱首一千之一故進一位

則去甲之一次一仍得一

於乙位減之則減乙六為五次八仍得八於丙位減之則減乙五為四加丙六為八次八仍得八於丁位減之則減丙八為七加丁四為六此初開也再開倍前商一得二并縱得一千二百八十八為廉法先以一除乙之四

倍商之二當於丙位減此是縱首之一故進一位也下三開彼此

則於

乙減三存一於甲空位列三為次商次以二乘三得

六於丙位減之則減丙七為一次以八乘三得二十四於丙丁兩位減之則去乙之一加丙一為九減丁六為二次以八乘三得二十四於丁戊兩位減之則去丁之二減戊六為二又以隅三自乘得九於丁位減之則減丙九為八加丁空為一此再開也三開倍前商一十三得二十六并縱得一千三百四十八為廉法先以一除丙之八則於丙減六存二於乙空位列六為三商次以三乘六得一十八於丙丁兩位減

之則去丙之二加丁一為三次以四乘六得二十四
於丁戊兩位減之則去丁之三加戊二為八次以八
乘六得四十八於戊己兩位減之則減戊八為三加
己四為六又以隅六自乘得三十六減戊己實並盡
得廣一百三十六

并較得長一千二百二十四

帶縱減積開平方法 長方積較求廣或於實內減長
積以就其方名帶縱減積開平方列實定位以較為
帶縱初開亦稍胸其商先以帶縱乘商減實乃以商

自乘減實再開倍前商為廉法約計當得次商若干
亦先以帶縱乘商減實乃以廉法除實合次商其隅
法如常

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位較一十二
初商得二列甲左而先以縱乘商以一乘二得二於

甲位減之

此縱之一商之二皆十也依常法商二自乘於甲位減今以縱一乘商二亦同蓋凡

十與十百與百相乘皆於本位減必相乘又得十乃進一位若商係十而乘縱之百則當進一位商係百而乘縱之十則當退一位次商三商其理不殊各以所商應除之位為本位而進退之也負縱益積倣此

則減甲八為六次以二乘二得四於乙位減之則減

乙六為二乃以商二自乘得四於甲位減之則又減

甲六為二此初開也再開倍前商二得四為廉法約

計次商當得四

約計減積之餘尚有商廉相乘及隅自乘之數也

亦先以縱

乘商以一乘四得四於乙位減之

次商即再開之隅本位在丙然隅

四只是四數而所與乘之縱一則是一十故進一位也若以比初開所除之位則為退一位至三開即比

再開又退一位矣

則減甲二為一加乙二為八次以二乘四

得八於丙位減之則減乙八為七加丙四為六乃以

廉四除甲之一則改甲一為二加乙七為九又以四除乙之九則於乙減八存一於甲加二為四為次商又以隅四自乘得一十六減乙丙實並盡得廣二十四

又如實一萬九千四百四十列甲乙丙丁戊五位帶縱七十二初商得一系列甲左而先以縱乘商以七乘一仍得七於乙位減之則減乙九為二次二仍得二於丙位減之則減丙四為二乃以商一自乘得一於

甲位減之則去甲之一此初開也再開倍前商一得

二為廉法約計次商不足除知再開值空位

乙位實二試擬

一為次商而以縱首之七相乘當比初開退一位於丙位減之則丙實只有二必減及於乙而廉已不足除未暇論其他矣故知再開值空位也

三開倍前商一十得二十為廉

法約計三商當得八亦先以縱乘商以七乘八得五

十六於丙丁兩位減之則減乙二為一加丙二為六

丁四為八次以二乘八得一十六於丁戊兩位減之

則減丁八為六加戊空為四乃以廉二除乙之一則

改乙一為五又以二除丙之六則去丙之六於乙加
三為八為三商又以隅八自乘得六十四減丁戊實
並盡得廣一百零八 按積較求廣雖有二法只如
一法耳前法并縱於方廉以除實此法分縱與方廉
先後減實異而不異也分作兩度減固不如并作一
度除之便然必備識諸法而後可以盡其變化之用
不容廢云

負縱減方廉開平方法 長方以積與較求長者其廣

之積少於長當損其法之長名負縱減方廉開平方
列實定開位以較為負縱初開稍盈其商以負縱減
之為方法乃以乘商減實再開倍前商亦以負縱減
之為廉法以除實得次商其隅法如常 假如長方
積八百六十四列甲乙丙三位較一十二求長者初
商得三列甲左而以負縱減商得一十八為方法乃
以方法乘商以一乘三得三於甲位減之則減甲八
為五次以八乘三得二十四於甲乙兩位減之則減

甲五為三乙六為二此初開也再開倍前商三得六
減負縱得四十八為廉法先以四除甲之三則改甲
三為七於乙加二為四而其下實不足除即又於甲
減一存六為次商而於乙加四為八次以八乘六得
四十八於乙丙兩位減之則減乙八為三加丙四為
六又以隅六自乘得三十六減乙丙實並盡得長三
十六

減較得廣
二十四

又如實一萬九千四百四十列甲乙丙丁戊五位負

縱七十二初商得一系列甲左而以負縱減商得二十
八為方法乃以方法乘商以二乘一仍得二於乙位
減之商係百而乘方之十故退一位也則減乙九為七次八仍得八

於丙位減之則減乙七為六加丙四為六此初開也
再開倍前商一得二減負縱得一百二十八為廉法
先以一除甲之一則改甲一為九於乙加一為七而
其下實不足除即又於甲減一存八為次商而於乙
加一為八次以二乘八得一十六於乙丙兩位減之

則減乙八為七去丙之六次以八乘八得六十四於
丙丁兩位減之則減乙七為六加丙空為四去丁之
四又以隅八自乘得六十四減乙丙實並盡得長一
百八十

減較得廣
一百零八

負縱益積開平方法 長方積較求長或益積以補廣
而就其方名負縱益積開平方列實定位以較為負
縱初開亦稍盈其商先以負縱乘商益實乃以商自
乘減實再開倍前商為廉法約計當得次商若干亦

先以負縱乘商益實乃以廉法除實合次商其隅法如常

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位較一十二

初商得三

此當列甲左第二位因有益積故也初開畢不妨從甲左第二位移入甲左凡縱方

諸例其商位每不可拘善算者自了然於心手之間耳而先以負縱乘商以一

乘三得三於甲位加之則於甲左空位列一而減甲八為一次以二乘三得六於乙位加之則加甲一為二減乙六為二乃以商三自乘得九於甲位減之則

去甲左之一加甲二為三此初開也再開倍前商三
得六為廉法約計次商當得六亦先以負縱乘商以
一乘六得六於乙位加之則加乙二為八次以二乘
六得一十二於乙丙兩位加之則加乙八為九丙四
為六乃以廉六除甲之三則改甲三為五又以六除
乙之九則於乙減六存三於甲加一為六為次商又
以隅六自乘得三十六減乙丙實並盡得長三十六
又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊

已六位負縱一千零八十八此當增一開

負縱至千而依實位

初商只是百數無是理也

初商得一位於甲左第二位而先以負縱

乘商以一乘一仍得一位於甲左空位加之

甲左空位是商千應

除之本位也商千乘縱千當於本位加

則列一位於甲左次八仍得八於

乙位加之則加甲一為二減乙六為四次八仍得八

於丙位加之則加乙四為五減丙六為四乃以商一

自乘得一於甲左空位減之則去甲左之一此初開

也再開倍前商一得二為廉法約計次商當得二亦

先以負縱乘商以一乘二得二於甲位加之則加甲
二為四次以八乘二得一十六於乙丙兩位加之則
加乙五為七去丙之四次以八乘二得一十六於丙
丁兩位加之則加丙空為二去丁之四乃以廉二除
甲之四則去甲之四於甲左空位列二為次商又以
隅二自乘得四於乙位減之則減乙七為三此再開
也三開倍前商一十二得二十四為廉法約計三商
當得二亦先以負縱乘商以一乘二得二於乙位加

之則加乙三為五次以八乘二得一十六於丙丁兩
位加之則加丙二為三丁空為六次以八乘二得一
十六於丁戊兩位加之則加丁六為八減戊六為二
乃以廉二除乙之五則於乙減四存一於甲空位列
二為三商次以四乘二得八於丙位減之則去乙之
一加丙三為五又以隅二自乘得四於丁位減之則
減丁八為四此三開也四開倍前商一百二十二得
二百四十四為廉法約計四商當得四亦先以負縱

乘商以一乘四得四於丙位加之則加丙五為九次以八乘四得三十二於丁戊兩位加之則加丁四為七戊二為四次以八乘四得三十二於戊己兩位加之則加戊四為七己四為六乃以廉二除丙之九則於丙減八存一於乙空位列四為四商次以四乘四得一十六於丙丁兩位減之則去丙之一減丁七為一次以四乘四得一十六於丁戊兩位減之則去丁之一減戊七為一又以隅四自乘得一十六減戊己

實並盡得長一千二百二十四 按積較求長二法
不同論負縱以并方廉為便而使負縱多初商少乃
宜用益積也別擬取捷之術凡負縱減商而商不足
則以所負商數為負方亦可稱餘
負縱也以負方乘商益積
即初開畢矣自再開以後減廉固無礙耳

帶縱負隅益積開平方法 長方以積與和求廣者用

和為帶縱

此與用較為帶縱又別用較為帶縱者以
縱并方廉而乘商減實用和為帶縱者直

以縱乘商減實用耳然且患縱多
積少而須益積及減縱二法矣則已兼長廣而積有

長廣相乘無廣自乘故置負隅法以益積而以帶縱
開之名帶縱負隅益積開平方列實定開位以和為
帶縱別置一算為負隅初開稍胸其商以乘負隅為一
負隅則可不必置算亦不必乘而必言置算言乘者
此法施之他處即負隅或不止於一也觀後各例自
見為方法先以方法乘商益實乃以帶縱乘商減實

再開倍前商以乘負隅為廉法約計當得次商若干

以乘負隅為隅法先以廉法乘商益實又以隅法乘

商隅乘商云者因有負隅之乘故又分隅與商為二也然負隅若止於一則直云商自乘或隅自乘亦

耳可益實乃以帶縱除實合次商

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位其長廣和

六十求廣者初商得二

此當列甲左第二位

而以乘負隅仍得

二為方法先以方二乘商二得四於甲位加之則於

甲左空位列一而減甲八為二乃以縱六乘商二得

一十二於甲左及甲兩位減之則去甲左之一甲之

二此初開也再開倍前商二得四以乘負隅仍得四

為廉法約計次商當得四以乘負隅仍得四為隅法

先以廉四乘商四得一十六於甲乙兩位加之則加

甲空為二減乙六為二又以隅四乘商四得一十六

於乙丙兩位加之則加乙二為四去丙之四乃以縱

六除甲之二

以縱除與以廉除其位同此縱之六與廉之四皆十也以十隨十當於廉本位

乙位除之除得次商當在甲位今甲位有實則改甲乙同除也至此宜將初商仍移入甲左矣則改

甲二為三於乙加二為六又以六除乙之六則去乙之六於甲加一為四為次商得廣二十四

帶縱負隅減縱開平方法 長方積和求廣或減負隅

於縱而以餘縱開之名帶縱負隅減縱開平方列實
定位以和為帶縱別置一算為負隅初開亦稍胸其
商以乘負隅為方法以方法減縱乃以餘縱乘商減
實再開倍前商以乘負隅為廉法約計當得次商若
千以乘負隅為隅法以廉法減縱又以隅法減縱乃
以餘縱除實合次商

假如長方積八百六十四列甲乙丙三位和六十初
商得二列甲左而以乘負隅仍得二為方法以方法

減縱餘四十乃以縱四乘商二得八於甲位減之則
去甲之八此初開也再開倍前商二得四以乘負隅
仍得四為廉法約計次商當得四以乘負隅仍得四
為隅法以廉法減縱餘二十又以隅法減縱餘一十
六乃以縱一除乙之六則於乙減四存二於甲空位
列四為次商次以六乘四得二十四減乙丙實並盡
得廣二十四

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊

已六位帶縱一千三百六十初商得一系列甲左而以
乘負隅仍得一為方法以方法減縱餘一千二百六
十乃以縱乘商以一乘一仍得一於甲位減之則去
甲之一次二仍得二於乙位減之則減乙六為四次
六仍得六於丙位減之則去丙之六此初開也再開
倍前商一得二以乘負隅仍得二為廉法約計次商
當得三以乘負隅仍得三為隅法以廉法減縱餘一
千一百六十又以隅法減縱餘一千一百三十乃以

縱一除乙之四則於乙減三存一於甲空位列三為
次商次以一乘三得三於丙位減之則去乙之一加
丙空為七次以三乘三得九於丁位減之則減丙七
為六加丁四為五此再開也三開倍前商一十三得
二十六以乘負隅仍得二十六為廉法約計三商當
得六以乘負隅仍得六為隅法以廉法減縱餘一千
一百又以隅法減縱餘一千零九十四乃以縱一除
丙之六則去丙之六於乙空位列六為三商次以九

乘六得五十四於丁戊兩位減之則去丁之五減戊
六為二又以四乘六得二十四減戊已實並盡得廣
一百三十六 按積和求廣二法以減縱法為優蓋
初開以後欲約得續商之數比益積為差易但先以
廉減縱而以餘縱求之如第一例餘實六十四且作
四與十六相乘之數而餘縱二十折之亦得四與十
六兩數即四為次商為隅法以再減餘縱得一十六
而以縱除實正得次商矣如第二例直以廉減餘之

縱約餘實得次商三商雖得商後須再以隅減縱而縱多商少隅減之餘與廉減之餘當不至大相懸也然此特謂積和求廣之本法止以一為負隅者若施之他處負隅不止於一則因續商有負隅之乘理當小異不得僅如右二說且開除往往遇負積更須參用下文翻法耳

帶縱負隅減縱翻法開平方法 長方以積與和求長者積有長廣相乘無長自乘法當損廣以益長故以

和為帶縱別置一算為負隅初開稍盈其商以乘負隅為方法以方法減縱以餘縱乘商減積而積常不足則翻以所負積數為積再開倍前商以乘負隅為廉法以廉法減縱而縱又常不足亦翻以所負縱數為縱既隅積縱三者俱負乃以負縱除負積得次商又以次商乘負隅為隅法以乘商減負積名帶縱負隅減縱翻法開平方

假如長方積三千四百五十六列甲乙丙丁四位和

一百二十求長者初商得七

此雖列甲左而除得次商乃在乙位則又當借

列甲位也

而以乘負隅仍得七為方法以方法減縱餘五

十乃以縱五乘商七得三十五於甲乙兩位減之而積不足四十四則去甲之三乙之四丙之五丁之六而列四於丙列四於丁為負積此初開也再開倍前商七得一十四以乘負隅仍得一十四為廉法以廉法減縱而縱不足二十即以負縱二除丙之四則去丙之四於乙空位列二為次商又以次商乘負隅仍

得二為隅法以來商二得四減丁位負積適盡得長七十二

又如實一十六萬六千四百六十四列甲乙丙丁戊己六位帶縱一千三百六十此當增一開初商得一

若初商九百或八百商愈少則負積且愈多故知當為一千也列甲左第二位而以

乘負隅仍得一為方法以方法減縱餘三百六十乃

以縱乘商以三乘一仍得三於甲位減之

商千之位
在甲左商

千乘縱百則退一以六乘一仍得六於乙位減之而位故當於甲位減

積不足一十九萬三千五百三十六則去甲之一乙
之六丙之六丁之四戊之六己之四而列一於甲列
九於乙列三於丙列五於丁列三於戊列六於己為
負積此初開也再開倍前商一得二以來負隅仍得
二為廉法以廉法減縱而縱不足六百四十即以負
縱六除甲之一倍商之二是千也依法當於甲位除得次商當在甲左此負縱之六
是百也則當於乙位除而甲位有負積故甲乙同除
除得次商乃在甲位蓋非次商應列之位特因負縱
數胸則於乙加四為十三又以六除乙之十三則於
故耳

乙減六存七於甲加一為二為次商

此當於再開畢後移列甲左蓋

三開則負縱亦盈至千與常法倍商數等矣

次以四乘二得八於丙位減

之則減乙七為六加丙三為五又以次商乘負隅仍

得二為隅法以乘商二得四於乙位減之則減乙六

為二此再開也三開倍前商一十二得二十四以乘

負隅仍得二十四為廉法以廉法減縱而縱不足一

千零四十即以負縱一除乙之二則去乙之二於甲

空位列二為三商次以四乘二得八於丁位減之則

減丙五為四加丁五為七又以三商乘負隅仍得二
為隅法以乘商二得四於丁位減之則減丁七為三
此三開也四開倍前商一百二十二得二百四十四
以乘負隅仍得二百四十四為廉法以廉法減縱而
縱不足一千零八十即以負縱一除丙之四則去丙
之四於乙空位列四為四商次以八乘四得三十二
於丁戊兩位減之則去丁之三減戊三為一又以四
商乘負隅仍得四為隅法以乘商四得一十六減戊

已負積並盡得長一千二百二十四 按積和求廣

初開後必有餘積

若遇負積即初商是長非廣也此亦指一為負隅者而言

求長

則初開常負積其大凡也若求長用益積法則初開

所負之積不妨於再開所益積內減之

再開所負於三開所益減

但欲約次商患其茫然無緒可尋故只倣減縱法蓋

減縱則縱常不足因即以負縱除負積而得商此翻

法所以為良也其間更有變例不可不知者別詳於

左

一求長而初開後乃有餘積此其初商必與求廣相

同者也既有餘積則以廉減縱亦必有餘縱

若積餘縱負乃

是商數過盈非所求之長當改商就胸

且如實一萬九千四百四十和

二百八十八初商得一百

求廣求長同

而餘積六百四十

再開以廉減縱餘八十八約餘積為八與八十相乘

之數而餘縱析之亦得八與八十兩數此若求廣即

再開為空位以八為三商以再減餘縱得八十而以

除積正得三商為廣一百零八若求長即以八十為

次商以再減餘縱得八而以除積正得次商為長一
百八十蓋只用減縱法而廣長皆得可不須翻法也
又如實二萬零九百四十四和二百九十初商得一
百而餘積一千九百四十四再開以廉減縱餘九十
約餘積一千九百其下小數且置不算也為四十與五十相乘
之數則胸為三十與六十相乘之數則盈而餘縱折
之亦得四十與五十兩數及三十與六十兩數此若
求廣則取盈數宜有餘積也以三十為次商廣不合有一百六十故不

用六以再減餘縱得六十而以除積一千八百得次商

仍餘積一百四十四三開以廉減縱餘三十約餘積

為六與二十四相乘之數而餘縱折之亦得六與二

十四兩數即以六為三商以再減餘縱得二十四而

以除積正得三商為廣一百三十六若求長則取胸

數

宜負積也

以五十為次商

長不合止一百四十故不用四

以再減餘縱

得四十而以除積二千合次商積負五十六三開以

廉減縱縱負一十以負縱除負積四十得四為三商

而以隅四自乘得一十六減負積盡為長一百五十

四蓋始終用減縱法以得廣始於減縱終於翻法以

得長非可執一云

右一條及下四條所舉假例皆以一為負隅故例中不言負隅之乘

取省文便覽也又自此以下凡積縱商廉諸數百則曰百千則曰千而不復著甲乙之位非前後互異正取參觀以相發明耳

一負積當以負縱除而以廉減縱適盡者約負積得

次商以乘負隅為隅法以乘商減負積

既無負縱則獨用隅法減

負積也或以負隅除負積以常法平方開之亦可

如實八百六十四初商三

十而負積三十六再開以廉減縱適盡即約負積得
次商六為隅法自乘得三十六減負積盡為長三十
六又如實九千三百七十五和二百初商一百而負
積六百二十五再開以廉減縱適盡即約負積得次
商二十為隅法自乘得四百減負積三開以廉減縱
縱負四十乃以負縱除負積二百得五為三商而以
隅五自乘得二十五減負積盡為長一百二十五積

六百二十五常法開平方亦得二十五平方再開廉
法之四十猶翻法三開負縱之四十也蓋縱廉相減

負縱即是餘廉而在負隅法中方廉隅皆負也縱乃正也以相減則負縱固是餘負廉也

一以廉減縱有餘縱不可以除負積者約計當得次

商若干以乘負隅為隅法再減餘縱縱負則以負縱

除負積合次商

負縱與隅法皆所用以除負積者也無負縱則獨用隅法有餘縱則以隅

法相減

如實一千六百六十六和八十三初商四十而

負積五十四再開以廉減縱餘三即約九為次商以再減餘縱縱負六乃以負縱除負積合次商為長四十九也

一以廉減縱有餘縱不可以除負積再以隅減縱適

盡者此為有商無除

隅與縱相減並盡既無負縱即無餘隅矣無可用以除負積者

也而其負積則續商以除之如實五萬五千五百七

十五和四百八十初商二百而負積四百二十五再

開以廉減縱餘八十即以八十為次商

若以九十為次商則減縱

而縱負一十矣然以一十除負積欲合次商之九十

當有負積九百乃足除耳今只四百二十五是負積

又負於法不得行也

以再減餘縱適盡無可除三開以廉減縱

縱負八十乃以負縱除負積四百得五為三商而以

隅五自乘得二十五減負積盡為長二百八十五

一以廉減縱有餘縱再以隅減縱仍有餘縱者以餘

縱乘商益負積

餘縱以減積負縱以減負積然則餘縱當以益負積矣

而續商

以除之如實一萬六千一百二十八和二百六十四

初商一百而負積二百七十二再開以廉減縱餘六

十四即以六十為次商

不以七十為次商者猶前以例不可以九十為次商也

再減餘縱仍餘四則以餘縱乘商得二百四十以益

負積得五百一十二三開以廉減縱縱負五十六乃

以負縱除負積四百四十八得八為三商而以隅八
自乘得六十四減負積盡為長一百六十八

右自帶縱并方廉開平方至此凡有縱方七法六法
所以御平方之變而翻法又所以通縱方之窮也此
外更有隅算開平方一法其以商廉相乘與負隅同
而負隅則以益積及減帶縱隅算則以除積而并帶
縱益隅有正負猶縱有正負也

若以一為隅算則與
無隅算同商廉固即

是隅算
之一也

以此八法為綱領而錯綜變化其用不窮矣

隅算法前未有例於後見之云

平方以斜徑求方 法以斜徑自乘為實以二為隅算
開方 假如方田斜徑七十步求方者以斜徑自乘
得四千九百為實以二為隅算初商四十以乘隅算
得八十為方法以方法乘商得三千二百減實再開
倍前商得八十以乘隅算得一百六十為廉法以廉
法除實一千四百四十得九為次商又以次商乘隅
算得一十八為隅法以隅法乘商得一百六十二減

實不盡九十八倍商加隅仍乘隅算以命分為一百
九十八之九十八約為九十九之四十九得方四十
九零九十九之四十九也 按斜徑自乘之實倍方
積故以二為隅算開之 或不用隅算以斜徑
實半之開方亦得 舊說率
方五斜徑七然方五則斜七而強斜七則方五而弱
未可為密率不若方斜積率方一斜二無黍絲差也
平方以方求斜徑 法倍方積開方

大小兩方以共積及兩方互乘數求大小方 法倍兩

方互乘數減共積開方得兩方較乃以兩方互乘數

為實以較為帶縱用帶縱并方廉開之

言并方廉而或用減積可

知不待言也他倣此

得小方或以較為負縱用負縱減方廉開

之得大方

又法倍兩方互乘數并共積開方得兩方和乃以兩

方互乘數為實以和為帶縱一為負隅用帶縱負隅

減縱開之得小方或用翻法開之得大方

按此蓋以句股法通

之大方股也小方句也共積弦實也兩方互乘數句股相乘長方積也故倍互乘數則與共積相并減而

開方可得和與較也或和或較但得其一即以互乘
數為實用縱方開之自見大小方矣若兼求和與較
以見大小方不用
縱方之法亦可耳

大小兩方以共積及兩方較求大小方 法以較實減
共積餘為實以二為隅算倍較為帶縱用隅算帶縱
并方廉開之得小方或倍較為負縱用隅算負縱減
方廉開之得大方 假如大小兩方田共積七千五
百九十二步兩方較二十八步求大方者以較自乘
得七百八十四以減共積得六千八百零八為實以

二為隅算倍較得五十六為負縱初商七十以乘隅
算得一百四十為方法先以負縱乘商得三千九百
二十益實乃以方法乘商得九千八百減實再開倍
前商得一百四十以乘隅算得二百八十為廉法約
計次商當得四以乘隅算得八為隅法先以負縱乘
商得二百二十四益實乃以廉法除實一千一百二
十合次商又以隅法乘商得三十二減實盡得大方
七十四

此以隅算負縱益積
法為例餘可類推

大小兩方以共積及兩方和求大小方 法以和實減

共積餘為實以二為負隅倍和為帶縱用帶縱負隅

減縱開之得小方或用翻法開之得大方

按右二條但倍共積

以減較實開方得兩方和以減和實開方得兩方較兼和較以見大小方最為便易然欲倣此意而推之三方以上則格而難通矣若以較和實減共積為實倍較和為帶縱負隅則推之三方以上總用此法不過遞增其隅算負隅之數及中方以較較為縱微不同耳合下二條觀之乃知法之妙也

大小三方以共積及三方之兩較求各方 法以兩較

實減共積餘為實以三為隅算而視其較若係大與

小中與小之兩較則倍兩較為帶縱用隅算帶縱并
方廉開之得小方係大與中大與小之兩較則倍兩
較為負縱用隅算負縱減方廉開之得大方或係大
與中中與小之兩較而大與中之較盈於中與小之
較可知中方近小方也則倍兩較之較為帶縱用隅算帶縱并
方廉開之大與中之較胸於中與小之較中方近大方也則
倍較較為負縱用隅算負縱減方廉開之大與中之
較中與小之較等則直用隅算開之得中方

大小三方以共積及三方之兩和求各方 法以兩和

實減共積餘為實以三為負隅倍兩和為帶縱用帶

縱負隅減縱開之得中方及小方或用翻法開之得

大方

按并兩和實其數自多雖以共積減之猶多也以此為實則除之常有餘實矣并兩和又倍之

其數亦復不少以此為縱則減之常有餘縱矣故舉大與中與小之兩和往往只用負隅減縱法即得大方不須翻法也惟大方與中小二方盈胸迴殊者乃間用翻法耳

右四條以較求方以和求方其法兩兩相對由二方

以推之三方更推之多方皆可以一理貫也但較有

帶縱負縱之分和則惟有帶縱而已又中方以較較為縱與大小方固殊而以和和為縱則與大小方不異故以較求者其緒繁以和求者其術簡也且如甲乙丙丁戊五方舉甲與戊乙與戊丙與戊丁與戊之四較即先求戊方以四較實減共積餘為實以五為隅算倍四較為帶縱用隅算帶縱并方廉開之求甲方者用負縱

若四較皆以甲方為主即先求甲方也

甲大戊小

並如右法至

於求乙丙丁三方者當倍較較為縱而欲得較較固

自有說假使求乙方即并乙與丙與丁與戊之三較而以甲與乙之較減之餘則較較也蓋以大於乙之較與小於乙之較相減既得較較且可知乙方為近大方為近小方而較較為帶縱為負縱矣乙下於甲一等似近大方而較較當為負縱然使并乙與丙丁戊之三較不及甲與乙一較之數即乙近小方而當為帶縱也并三較與一較之數等者但用隅算開之丙丁倣此其以和求者只如右法云

三廣田以積與三廣之兩較及長廣較求長廣法以

中廣與長之較為帶縱

必以中廣為主此算三廣之定法既稱長廣則中廣必

胸於長故直稱帶縱而下文立法皆就帶縱言之也以然亦或有中廣反盈於長者自當為負縱耳

中廣與南北廣之兩較并而四除之為旁縱

長既有縱廣不

當又稱縱而廣之有較亦縱也故謂之旁縱

而中廣胸則為旁帶縱中廣

盈則為旁負縱又有不同旁帶縱者用雙帶縱并方

廉兼減積開之

帶縱法以并方廉為便而兩縱分屬長廣兩邊則初開未可皆并入方故

兼用減積法至再開或減積或并廉者廉固統長廣兩邊不妨并兩縱也旁負縱者用帶

縱并方廉兼負縱益積減廉開之

帶縱既用并方廉法而兩縱分屬長

廉兩邊則初方不可一并一減故負縱必用益積法
至再開或益積或減廉者廉統長廣兩邊不妨且并
也 且減得中廣 假如三廣田積二千四百六十五步

中廣胸於南廣八步胸於北廣三十六步胸於長六
十七步求三廣及長者以長廣較六十七為帶縱以
兩廣較并而四除之得一十一為旁帶縱初商一十
并帶縱得七十七為方法先以方法乘旁帶縱得八
百四十七減積乃以方法乘商得七百七十減積再
開倍前商得二十并帶縱得八十七為廉法約計次

商當得八為隅法先以隅法乘旁帶縱得八十八減
積乃以廉法除積六百九十六合次商又以隅八自
乘得六十四減積盡得中廣一十八各加較得南廣
二十六北廣五
十四長
八十五或再開以旁帶縱并入廉法得九十八以除
積七百八十四得八為次商而以隅法減積盡尤簡
捷

又如三廣田積二千四百六十五步中廣盈於南廣
一十五步盈於北廣九步胸於長五十步求長廣者

以長廣較五十為帶縱以兩廣較并而四除之得六
為旁負縱初商三十并帶縱得八十為方法先以方
法乘旁負縱得四百八十益積乃以方法乘商得二
千四百減積再開倍前商得六十并帶縱得一百一
十為廉法約計次商當得五為隅法先以隅法乘旁
負縱得三十益積乃以廉法除積五百五十合次商
又以隅五自乘得二十五減積盡得中廣三十五
各加
減較得南廣二十北
廣二十六長八十五
或再開以旁負縱減廉法得一

百零四以除積五百二十得五為次商而以隅法減

積盡尤便

按右條之法亦可以縱為旁縱以旁縱為縱也雖縱有帶負之分而帶縱兼旁負縱

者易為負縱兼旁帶縱於算亦通然長廣之較自當為縱廣與廣之較自當為旁縱理固如此耳且如下文各條例中其法更加隅算及負隅者縱與旁縱斷不可移易也

方長帶偏斜田以積及四邊之三較求長廣 法以一

邊為主若主東一邊即以東長與南北廣之兩較俱盈俱胸者并而半之一盈一胸者相減而以所餘盈胸之數半之為縱以東西之較半之為旁縱其為帶

縱負縱並以東一邊之盈胸分之先求東長如前三
廣田法 假如偏斜田積四千一百四十八步東長
盈於南廣十步胸於北廣四步胸於西長八步求各
長廣者以東與南北兩較相減得盈六半之得三為
負縱以東西較半之得四為旁帶縱初商六十減負
縱得五十七為方法先以方法乘旁帶縱得二百二
十八減積乃以方法乘商得三千四百二十減積再
開倍前商得一百二十減負縱得一百一十七并旁

帶縱得一百二十一為廉法以廉法除積四百八十

四得四為次商而以隅四自乘得一十六減積盡得

東長六十四

各加減較得南廣五十四
北廣六十八西長七十二

又如偏斜田積一萬一千四百步東長盈於南廣一

百三十步盈於北廣一百一十步朒於西長二十步

求長廣者以東與南北兩較相并半之得一百二十

為負縱以東西較半之得一十為旁帶縱初商一百

此因負縱多而初商少兼用益積法先以負縱乘旁帶縱得一十二百

益積

凡帶縱皆用之減積也此旁帶縱何以益積蓋以方法相乘則減積耳方法之中有商有帶縱

方也商也帶縱也皆正也兩正相乘宜減積一正一負相乘宜益積也

次以商乘旁帶

縱得一千減積又以負縱乘商得一萬二千益積乃

以商自乘得一萬減積再開倍前商得二百減負縱

得八十并旁帶縱得九十為廉法以廉法除積七千

二百得八十為次商而以隅八十自乘得六千四百

減積盡得東長一百八十

南廣五十北廣七十西長二百

又如偏斜田積八千一百步東長盈於南廣一百二

十五步盈於北廣一百一十五步盈於西長一十六步求長廣者以東與南北兩較相并半之得一百二十為負縱以東西較半之得八為旁負縱初商一百先以負縱乘旁負縱得九百六十減積

凡負縱皆用之益積此旁

負縱何以減積蓋一正一負相乘宜益積則兩負相乘又宜減積也兩負如無負也次以商乘

旁負縱得八百益積又以負縱乘商得一萬二千益積乃以商自乘得一萬減積再開倍前商得二百減負縱得八十又減旁負縱得七十二為廉法以廉法

除積五千零四十得七十為次商而以隅七十自乘

得四千九百減積盡得東長一百七十

南廣四十五
北廣五十五

西長一百
五十四

按右三例第一例以負縱減方廉兼帶

縱減積并廉也其第二例第三例亦是負縱兼旁縱
而初開以負縱減商商皆不足當以所負商數各二
十為負方第二例以負方乘旁帶縱得二百益積又
以負方乘商得二千益積第三例以負方乘旁負縱
得一百六十減積又以負方乘商得二千益積即初

開各畢矣前著例頗詳者欲使其中條理顯然而捷徑自出也

三廣田以積與三廣和兩廣較及長廣較求長廣法

以四乘積為實以和為帶縱一為隅算

凡三廣必倍中廣并邊兩

廣而四除之以為廣今四乘積則可以當四除矣乃以三廣和為帶縱而猶少一中廣即以一隅算并縱隅算固所求之中廣也以中廣與長之較為旁帶縱

如中廣反盈於長則

為負也用隅算雙帶縱并方廉兼減積開之得中廣

加以

長廣較得長以減三廣和得南北二廣和欲知南北各廣數以兩廣較推之其較非必南北之較而皆可

以次第推也。按此以長廣較為旁縱者，和不得為旁縱也。凡和為帶縱，必加隅算及負隅，而隅算負隅勢不得在旁也。此隅算只一，猶與無隅算同。縱與旁縱可以互換，非負隅之比。負隅雖只一，其縱亦不可移耳。

方長帶偏斜田，以積與三邊和及長較廣較求長廣。

法以二乘積為實，以和為帶縱，一為負隅。

以三邊和為帶縱，非

有二長，即有二廣，故以二乘積而有二長者，一為負隅，以求廣，因以減縱中之廣，有二廣者，一為負隅，以求長，因以減縱中之長。以長較或廣較半之為旁縱。求長則取長較，求廣則取其為帶縱，負縱以所求一邊之盈朒分之，乃用廣較。

帶縱負隅減縱兼旁縱開之得一邊長廣 假如偏
斜田積四千一百四十八步東南北三邊和一百八
十六步東長胸於西八步南廣胸於北一十四步求
各長廣者以二乘積得八千二百九十六為實以一
為負隅以和一百八十六為帶縱以東西較半之得
四為旁帶縱初商六十以乘負隅仍得六十為方法
以方法減縱餘一百二十六先以餘縱乘旁帶縱得
五百零四減實乃以餘縱乘商得七千五百六十減

實再開倍前商得一百二十以乘負隅仍得一百二

十為廉法約計次商當得四以乘負隅仍得四為隅

法以廉法減縱餘六十六又以隅法減縱餘六十二

乃先以隅法乘旁帶縱得一十六益實

在負隅法中方廉隅皆負

也旁帶縱以正而與負乘故宜益實也

而以餘縱減實二百四十八合

次商得東長六十四

以減和更以廣較推之得南廣五十四北廣六十八以長較見

西長七或再開以旁帶縱乘負隅仍得四

凡縱不與隅算及負

隅二者相乘而旁縱自再開以後欲與廉縱相并減則必與二者相乘也前以隅法乘之而益積隅法固

已先乘負隅矣以減縱餘五十八

帶縱而來負隅故以減縱

而以除實二

百三十二合次商亦便

又如偏斜田積三千二百五十步東南北三邊和一

百七十四步東長胸於西一十二步南廣胸於北六

步此須用帶縱負隅減縱翻法

倍積為實則除實宜有餘實一長二廣為

縱則減縱宜有餘縱而或須用翻法者必其田狹長之甚也

而兼旁縱開之以二

乘積得六千五百為實以一為負隅以和一百七十

四為帶縱以東西較半之得六為旁帶縱初商一百

若商八十或九十則負積愈多而八十且有餘縱無以置之九十雖有負縱其數甚少不能除盡負積故定商以乘負隅仍得一百為方法以方法減縱餘七十四先以餘縱乘旁帶縱得四百四十四減實乃以餘縱乘商得七千四百減實實負一千三百四十四再開倍前商得二百以乘負隅仍得二百為廉法以廉法減縱縱負二十六約計次商當得二十以乘負隅仍得二十為隅法先以隅法乘旁帶縱得一百二十減負實乃以負縱除負實五百二十合次商又以

隅法乘商得四百減負實三開倍前商得二百四十
以乘負隅仍得二百四十為廉法以廉法減縱縱負
六十六約計三商當得四以乘負隅仍得四為隅法
先以隅法乘旁帶縱得二十四減負實乃以負縱除
負實二百六十四合三商又以隅法乘商得一十六
減負實盡得東長一百二十四

南廣二十二北廣二十
十八西長一百三十

六或再開以旁帶縱乘負隅仍得六以并負縱得三
十二以除負實六百四十得二十為次商而以隅法

減負實四百三開以旁帶縱乘負隅仍得六以并負
縱得七十二以除負實二百八十八得四為三商而
以隅法減負實盡尤便 按算術固不能盡言即如
偏斜田設舉積及東南和東北和東西較則并兩和
為帶縱以二為負隅而依前半較為旁縱倍積為實
開之得東長或舉積及東南和東北和東西和則以
四乘積為實以東西和除之得南北和而并東南和
東北和以南北和減之半其餘得東長如三廣田舉

積與三廣之兩較及長廣和則以和為帶縱一為負隅并兩較而四除之為旁縱以開積得中廣神而明之法隨問變豈可限也茲因偏斜田而引伸其說凡諸條例莫不皆然請以俟通人之自悟焉

長方以重長重廣共步及積求長廣 法以共步為帶

縱而求長則以長數

重幾長則為幾數也下廣數同

為負隅以廣數

乘積為實求廣則以廣數為負隅以長數乘積為實

用帶縱負隅減縱及翻法開之

不論求長求廣但負隅數少乘積數多者

積與縱常有餘往往用帶縱負隅減縱法負隅數多
乘積數少者積與縱常不足往往用翻法惟田形狹
長之甚者則不然臨算
當自知之不可預定耳 假如長方積八百六十四

步二長五廣共一百九十二步為帶縱以五乘積得

四千三百二十為實

五乘積則得長乘廣之數
五而可以五廣為帶縱也

以二

為負隅

實中無長自乘之數而帶縱有二長
故以二為負隅不益實即減縱也

用帶縱

負隅減縱開之得長三十六或以二乘積得一千七

百二十八為實以五為負隅用翻法開之得廣二十

四 更有重長重廣重和重較共步及積求長廣者

如積八百六十四步一和二較三長四廣共二百八十八步法先約一和得一長一廣并三長四廣得四長五廣又以二較益廣為長共得六長三廣乃如前求之若重較數多既益廣盡為長而尚有餘較者此則不可求長但可求廣

原積無長乘較之數故不可求長原積有廣自乘及廣乘

較之數各一故可求廣

且如積八百六十四步一和六較三長

四廣共三百三十六步約一和三長四廣得四長五

廣又以六較之五益廣為長共得九長而餘一較則

以九長減較為廣乃得九廣十較而以十乘積得八

千六百四十為實以一為隅算

十乘積則得廣自乘及廣乘較之數各十

而帶縱少一廣故以一為隅算并縱也

以共步為帶縱用隅算帶縱并

方廉開之得廣二十四

長方以長廣母子分數之共步及積求長廣 法以長

母乘廣子為廣率為廣數以廣母乘長子為長率為

長數以兩母相乘為總率以乘共步為帶縱乃如前

重長重廣例求之 假如長方積八百四十步五分

長之二四分廣之一共二十步求長廣者以五乘一
得五為廣率為五廣以四乘二得八為長率為八長
以五與四乘得二十為總率以乘共步得四百為帶
縱而此帶縱之數凡有八長五廣也乃以八乘積得
六千七百二十為實以五為負隅用帶縱負隅減縱
開之得廣二十四或以五乘積得四千二百為實以
八為負隅用翻法開之得長三十五

長方匿原積以長乘重長重廣積步及較或以廣乘重

長重廣積步及較求長廣 法以乘積為實并長廣
數為隅算而長乘求長則以廣數乘較為負縱用隅
算負縱減方廉開之廣乘求廣則以長數乘較為帶
縱用隅算帶縱并方廉開之若廣乘求長則以廣數
乘較為負縱又以較為旁負縱用隅算雙負縱減方
廉兼益積開之長乘求廣則以長數乘較為帶縱又
以較為旁帶縱用隅算雙帶縱并方廉兼減積開之
假如長方匿其原積而以廣乘六長三廣得六千

九百一十二步其長廣較一十二步求長者以乘積
六千九百一十二為實以九為隅算以三乘較得三
十六為負縱又以較一十二為旁負縱初商三十以
乘隅算得二百七十減負縱得二百三十四為方法
先以方法乘旁負縱得二千八百零八益實乃以方
法乘商得七千零二十減實再開倍前商得六十以
乘隅算得五百四十減負縱得五百零四為廉法約
計次商當得六以乘隅算得五十四為隅法先以隅

法乘旁負縱得六百四十八益實乃以廉法除實三千零二十四合次商又以隅法乘商得三百二十四減實盡得長三十六或再開以旁負縱乘隅算得一百零八以減廉法得三百九十六以除實二千三百七十六得六為次商而以隅法減實盡尤捷 右法更有以長乘重長重廣重和重較或以廣乘之而其積步及較求長廣者並先約和較為長廣不待言矣若以較益廣盡為長而尚有餘較如前九長一較

之比者別自有法且如九長一較法以九為隅算而
長乘求長則以一乘較為帶縱廣乘求廣則以十乘
較為帶縱九廣十較也廣乘求長則以一乘較為帶縱又
以較為旁負縱長乘求廣則以十乘較為帶縱又以
較為旁帶縱依例開之

長方匿原積以長乘重長重廣積步及和或以廣乘重
長重廣積步及和求長廣此與前一條相似而不
同以長乘者但可求長以廣乘者但可求廣

隅算及負隅無

旁加者勢不能也故長乘不便於求廣廣乘不便於求長矣

法亦以乘積為實而

長乘求長則以廣數乘和為帶縱廣乘求廣則以長數乘和為帶縱又以長廣數相減餘數為隅算不足數為負隅求長取長求廣取廣為之乃用隅算帶縱并方廉或用帶縱負隅減縱及翻法開之如六長三廣長乘求長則以三乘和為帶縱以三為隅算

六長三廣

相減長餘三以為隅算之數蓋并三長於帶縱得六長三廣也

廣乘求廣則以六乘

和為帶縱以三為負隅

六長三廣相減廣不足三以

縱亦得六
長三廣也開之是也

右法長廣所乘若更兼重和

重較者先約和較為長廣而約得餘較如前九長一

較之比亦別有法且如九長一較長乘求長則以一

乘和為負縱以十一為隅算

減一長一廣於隅
算得九長一較也

廣乘

求廣則以十乘和為帶縱以十一為負隅

減十一廣
於帶縱亦

得九長
一較也依例開之

九章錄要卷六

欽定四庫全書

子部

九章錄要卷七至十

詳校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官知縣臣楊懋珩

校對官主事臣郭長發

謄錄監生臣俞昌言

欽定四庫全書

九章錄要卷七

松江屠文漪撰

商功法

古九章五曰商功以御功程積實

塹堵求積尺 凡築城牆堤塹之類上下廣不等者法

并上下廣折半以高乘之復以長乘之得積

塹堵求積又法 堤塹之類亦有兩頭之上廣之下廣

之高各不等者法倍東高加入西高以東頭上下廣并而乘之折半又倍西高加入東高以西頭上下廣并而乘之折半并二數以長乘之以六除之或不用

兩度折半者則以十二除之

右一條
新訂

方臺求積 法同粟米章方窖

長方臺求積 法同長方窖

員臺求積 法同員窖

長員臺求積 法同長員窖

方錐求積 法同粟米方尖堆

方錐改方臺求各數法 假如方錐下方二十四尺高

三十二尺今改方臺上方六尺問高幾何

一率

二十四

原下方尺數無減

二率

三十二

原高尺數

三率

一十八

今上下方較尺數

四率

二十四

今高尺數

又如前例問截去幾何

一率 二十四 下方

二率 三十二 原高

三率 六 今臺上方即
今截下方

四率 八 今所截
之高

右二例若求今高以減原高亦得所截之高求截高以減原高亦得今高而必備其法者庶各得所求不須借徑也
又如前例今高二十四尺問上方幾何

一率 三十二 原高

二率 二十四 下方

三率 八

今高減原高
為所截之高

四率 六

今截下方即
今臺上方

右例亦可以今高列三率求得四率為今上下方較以減下方而得上方也

員臺改員錐求各數 假如員臺下周七十二尺上周
一十八尺高二十四尺今改員錐問高幾何

一率 五十四

原上下
周較

二率 二十四 原高

三率 七十二 今下周
無減

四率 三十二 今高

又如前例問增高幾何

一率 五十四 原上下
周較

二率 二十四 原高

三率 一十八 原臺上周即
今增下周

四率 八 今所增
之高

又如前例今高三十二尺問上周

一率 二十四 原高

二率 五十四 原上下周較

三率 三十二 今高

四率 七十二 今上下周較以減下周適盡知為員錐也

右例亦可以今所增之高列三率求得四率為所增上下周較以減原上周適盡而知為員錐也

又右六法方減員增特互舉以見例而法則相通且

方或以周算員或以徑算亦皆同耳

塹堵增減求數法

假如築牆上廣二尺下廣六尺高

二十尺今已築至上廣三尺六寸問高幾何

一率

四十

原上下廣較化寸數

二率

二十

原高尺數

三率

二十四

今上下廣較化寸數

四率

一十二

今高尺數

又如前例今欲築至高二十四尺問上廣幾何

一率

二十

原高尺數

二率

四十

原上下廣較化寸數

三率

二十四

今高尺數

四率

四十八

今上下廣較寸數以減下廣得一十二寸為今上廣

塹堵以直高求斜高以斜高求直高 法以上下廣較

半之為勾直高為股斜高為弦以勾股法互求之一右

條新
增

功程遲速例

假如乙匠製造四十五日而畢加甲匠

則十八日而畢問獨用甲匠須幾日法以十八日減
四十五日得二十七日為乙匠未畢之工知甲匠十
八日當乙二十七日也列率求之

一率 二十七

二率 一十八

三率 四十五

四率 三十

又如甲匠製造六十日而畢乙匠則百日而畢問兩

匠并營須幾日法以六十日除百日得甲匠一日之
工當乙匠一日又三分日之二并乙匠一日得二日
又三分日之二以除百日得三十七日又二分日之
一為并營日數或以百日除六十日得乙匠一日之
工當甲匠五分日之三并甲匠一日得一日又五分
日之三以除六十日亦得三十七日又二分日之一

右一條
新增

方丈堆物求積

自此以下皆隙積之法隙積謂積之有隙者如累基及積酒罌之類與前積尺

法不
同

假如方尖堆下廣十二問積幾何法置下廣
十二別以下廣加一枚為十三而乘之得一百五十
六又以下廣加半枚為十二有半而乘之得一千九
百五十以三除之得積六百五十

方平堆物求積

法以下廣依尖堆法求積別以上廣

減一枚為下廣依尖堆法求積兩尖堆積相減得平

堆積

此以平堆先作尖算
乃減上虛尖成平也

長方平尖堆求積

既云尖又云平者上廣只一故謂之
尖上長不止於一故又謂之平也

假如長方平尖堆下廣十長十二問積幾何法以
長廣較半之得一又加半枚得一有半并長得十三
有半以廣乘之得一百三十五又以廣加一枚為十
一而乘之得一千四百八十五以三除之得積四百
九十五 又法先以廣長較加一枚得上長而算之
上廣只一
不必言 假如平尖堆下廣八長十三問積幾何此
可知上廣一而長六也乃倍下長加上長得三十二
以下廣乘之得二百五十六又以下廣乘之得二千

零四十八并二百五十六得二千三百零四以六除之得積三百八十四

長方平堆求積 法倍上長加下長以上廣乘之又倍

下長加上長以下廣乘之并二數加上下長較

上下廣較

同以高乘之

上下長較加一數得高上下廣較亦同

以六除之得積

按此法長方平尖堆及方尖堆方平堆皆可用之蓋一法而無四法可云居要者也

三角尖堆求積 假如三角尖堆下廣八間積幾何法

置下廣八別以下廣加一枚為九而乘之得七十二
又以下廣加二枚為十而乘之得七百二十以六除
之得積一百二十

三角平堆求積 法以上廣自乘又以下廣自乘又以

上廣乘下廣又倍下廣加上廣并四數以高乘之下上

廣較高一數得高以六除之得積 按此法亦可用之三角

尖堆

九章錄要卷七

欽定四庫全書

九章錄要卷八

松江屠文漪撰

均輸法

古九章六曰均輸以御遠近勞費

均輸例 假如有糧二萬石令甲乙丙丁戊五縣依戶口多少道里遠近價值上下而均輸之每車載五十石行一里餽值一錢甲縣三萬零五百二十戶米石

價二兩乙縣一萬二千三百一十二戶米石價一兩
四錢遠輸二百里丙縣七千一百八十二戶米石價
一兩六錢遠輸一百五十里丁縣一萬三千三百四
十三戶米石價一兩七錢遠輸二百五十里戊縣一
萬五千三百一十戶米石價一兩三錢遠輸三百五
十里問五縣各幾何五縣每戶各幾何法以餉價并
入米價以除各縣戶數而求各縣之衰惟甲縣自輸
本縣無餉價以米價化為二十錢除戶數得一十五

百二十六為甲衰其乙丙丁戊四縣俱有餉價各以
所輸里數乘餉一錢而以每載五十石除之得各運
價乙縣行二百里乘除得四錢并米價共一十八錢
以除戶數得六百八十四為乙衰丙縣行一百五十
里乘除得三錢并米價共一十九錢以除戶數得三
百七十八為丙衰丁縣行二百五十里乘除得五錢
并米價共二十二錢以除戶數得六百零六又二之
一為丁衰戊縣行三百五十里乘除得七錢并米價

共二十錢以除戶數得七百六十五又二之一為戌
衰并五衰共三千九百六十為總衰

一率 三千九百六十

二率 二萬

三率

二千五百
二十六

六百八十
四

三百七十
八

六百零六
又二之一

七百六十五
又二之一

甲

乙

丙

丁

戊

四率

七千七百
零七石零

三千四百
五十四石

一千九百
零九石零

三千零六
十三石一

三千八百
六十六石

七升又九
十九分升

五斗四升
又十一分

九升又十一
分升之一

斗三升又
九十九分

一斗六升
又九十九

之七

升之六

升之一十

分升之一

三

十六

右已得各縣米數次以各縣戶數除之即得每戶數
遠近勞費襍例 假如僦車運貨原議行路二千里載
重二千四百斤給值一十五兩今重三千斤行二千
六百里問值幾何

一率 四百八十萬原路及重相乘
數約為四十八

二率 一十五原值
兩數

三率 七百八十萬今路及重相乘
數約為七十八

四率 二十四又八分之三

今值兩數

右亦可用重測法

一率

二千

原行里數

二率

一十五

原值兩數

三率

二千六百

今行里數

四率

一十九又二分之一

今行路仍載原重就值兩數

又

一率

二千四百

今行路載原重斤數

二率

一十九又二之一

原重須儺價兩數

三率

三千

今重斤數

四率

二十四又八之三

右重測法或先以載重列率次以行路列率求之

一率

二千四百

原重

二率

一十五

原值

三率

三千

今重

四率

一十八又四之三

今重仍行原路儺值兩數

又

一率

二千

今重行
原路

二率

一十八又四之三

原路
就價

三率

二千六百

今行
路

四率

二十四又八之三

又如前例載二千四百斤行二千里值一十五兩今
載三千二百斤給值一十二兩問當行路幾何

一率

二千四百

原重

二率 一十五 原值

三率 三千二百 今重

四率 二十 今重 仍行
原路 僦值

又

一率 二十 今重 行
原路 值

二率 二千 原路

三率 一十二 今值

四率 一千二百 今路

右亦可用併測法求得四率今重兼行路之數再以
今重除之得行路數下同

又如前例載二千四百斤行二千里值一十五兩今
路一千七百里給值七兩六錢五分問當載重幾何

一率 二千

原路

二率 一十五

原值兩數 或化
為一千五百分

三率 一千七百

今路

四率 一十二又四之三

今路仍載原重餽值 或
化一千二百七十五分

又

一率

一十二又四之三

今路載原重值或化一千二百七十五分

二率

二千四百

原重

三率

七又二十之一十三

今值或化七百六十五分

四率

一千四百四十

今重

又如驛使先發一十三日別遣騎追之馳二日半訪之驛舍知先後經過較十一日半問更須幾日可及

一率

一又二之一

先發日減較日為追上日數

二率 二又二之一

馳追日數

三率 一十一又二之一

較日數

四率 一十九又六之一

追及日數
右一條新訂

又如行程二千七百里十八人同行止有馬七匹更換騎之十里一換問騎行步行各幾何法以馬數乘行程得數以人數除之得每人騎行一千零五十里減行程餘為步行數

又如空車日行七十里若重載即日行五十里今運

米到倉五日三返問路遠幾何法并空車重車日行數以三返乘之為日數列一率以空車重車日行數相乘為里數列二率知以三百六十日行三千五百里而三返也乃以五日列三率求之

一率 三百六十

二率 三千五百

三率 五

四率 四十八又一十八之一十一

所求
里數

九章錄要卷八