

算
海
說
詳

吳海說詳第三卷

白下隱吏古齊陽丘瞻足軒強恕若士李長茂拙翁自注

勾股章

此章以勾股求弦之斜勾弦求股之長股弦求勾之測三數互根推此
彼應凡望高測深索廣驗遠較圖度方皆本乎此乃諸法之準要實
萬筭之綱維

勾股弦各義

○橫謂之勾直謂之股斜長謂之弦簡今木匠用尺

相求其各有
十共列于後

一曰勾股較

○謂勾股
相減也

如後勾

三十股

六十

弦六十

勾股相較

較

八曰勾股較

一曰勾弦較○謂勾弦如勾三十步弦六十步相較減餘三十步曰勾弦較

一曰股弦較○謂股弦如股六十步弦八十步相較減餘八十步曰股弦較

一曰勾股和○謂勾弦如勾三十步股六十步和同為一得九十步曰勾股和

一曰勾弦和○謂勾弦如勾三十步弦六十步和同為一得九十步曰勾弦和

一曰股弦和○謂股弦如股六十步弦八十步和同為一得一百二十步曰股弦和

和

一曰弦較和○謂弦與勾股相併也如勾股相減餘八十步併弦六十步共九十步

曰弦較和

一曰弦較和○謂弦與勾股相併也如勾股相和共九十步以弦六十步併餘三十步

曰弦較和

謂弦與勾股相併也如勾股相和共九十步以弦六十步併餘三十步

一曰弦和和 ○ 謂弦與勾股 和相併也 如勾 三十步 股 六十步 弦 六十步

為弦和和

一曰弦較較 ○ 謂弦與勾股 較相減也 如勾 三十步 股 六十步 相減餘 三十步 以減弦 三十步

八餘步 曰弦較較

勾股較和相求通義

一用勾股較為法得勾股和 ○ 如弦 六十步 自乘得 三千六百步 加倍得 七千二百步 平方開之得勾股

和九十二步

一用勾股和為法得勾股較 ○ 如前倍弦實 九千二百步 減勾股和 自乘

八千四百步 餘七百八十四步 平方開之得勾股較 二十八步

六十四步 餘七百八十四步 平方開之得勾股較 二十八步

一用勾弦較得勾弦和○如勾弦較六步除肢自乘三千六百步即得勾弦一百步

一用勾弦和得勾弦較○如勾弦一百步除肢自乘三千六百步即得勾弦較三十六步

一用股弦較得股弦和○如股弦較八步除勾自乘一千零二十四步即得股弦和一百二十八步

一用股弦和得肢弦較○如肢弦和一百一十八步除勾自乘一千零二十四步即得肢弦較八步

一強較和弦較相通○如勾肢和九十步自乘得八千一百或弦自乘八千六百餘三千八百以弦較較四十除之得九十六為弦較和○右

用弦較和六十步除前實即得弦較較

一 弦和和弦和較相通 ○如勾股之差八十步自乘得七百八十步以減弦自

乘二千六百餘三十八百以弦和一百六除之得四步為弦和較

○若用弦和較四步除前實即得十六步為弦和和

再若勾三股四弦五即弦較八步即弦和較 ○勾三股四弦五即弦和較

○勾加弦較和六十步共一百二步即股弦和 ○股十六加勾弦較六十步共

九十步即弦較和 ○股減勾弦較六十步餘四步即弦和較 ○股加弦較

較四十步共一百步即勾弦和 ○勾股較加股弦較共六十步即勾弦較 ○

股弦和一百二步減勾股較八十步餘四步即勾弦和 ○勾股和九十九步

弦較共一百步即勾弦和 ○股弦和一百二步減勾股和九十九步餘

勾法較○勾股較八十加勾股和九十共一百折半即股○勾股和
九十二藏勾股較八十餘六十折半即勾○股法較步八加股法和一百
二步共一百三折半即弦○股法和一百二藏股法較步八半之即股○
步共十六步折半即弦○股法和一百二藏股法較步八半之即股○
勾法和步一藏勾法較步三半之即勾○勾法較步六加勾法和百
半之即弦法和和一百藏法和較二十餘一百三弦較較十四加弦較
和九十亦一百三皆半之即法○法和較四十加法和一百共百
八十半之為勾股和○法較和九十藏弦較較十四餘六十半之為勾
股較反覆相通此數之可以法求也

勾股求弦求股求勾歌○勾股求法各自乘○相併開方法見成○勾法
求股自乘取○以少減多開方主○股法求勾法相同○

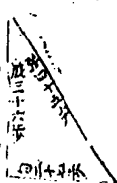
分明

勾股

求法

勾股

圖



今有勾股勾二十七尺股三十五尺問斜弦若干

答云置勾七尺自乘得七十九尺二另以股六尺自

乘得九十六尺併二數共二千零二以開平方法

除之得弦四十五尺

解義

法自乘數內有一個勾自乘數一勾股自乘數故合二數開方

自乘一十六步二共二十五步弦五步自乘亦二十五步弦自乘數

九四十五尺自乘三股四弦五也然勾股有長短不一隨長隨短

法求法難題西江月○中有一枯柱丈六全注根稍尖頭一馬繫難

此盡田中禾稻四五厘田地團吃一周遺索長幾許美價招不

其不知多少

爲法置田

以故法

通之得一百零四因三歸得

七百

爲實以開平方法除之得

二十

爲圓田全徑折半得

十

繫馬之處以每步

尺乘之得

三十

爲股自乘得

自乘得

十六尺併二數得

一十六尺

爲實以開平方法除之得

四

十四尺

又勾股求弦難題歌○二丈木長三尺圓葛生其下繞纏之餘纏繞之

週遍葛稍却與木稍齊試問先生能算者葛長多少請君題

三尺葛由下料徑七

寸

爲法置木

圓

與週

相乘得

得

四

爲股自乘

得

一

爲實用開

平方法除之得葛長二十九尺

解義

木圓周三尺闊七寸皆以三尺乘之得二十一尺乃直徑也

連七寸連伸直下根即連木二十一尺如直圓七寸連之數驗之不差竊恐此皆數理天成之妙也

勾法求股法○今有勾股勾長二十七尺弦長四十五尺問股長若干

置法

四十五尺自乘得二千零二十五尺另置勾二十七尺自乘得七百二十九尺以減弦

自乘餘

九十六尺以開平方方法除之得股三十六尺

解義

弦自乘數應勾自乘股自乘數減去勾自乘數止存股自乘數故開方得股

又勾弦求股難題西江月○今有坡田一段西高東下曾量十步五寸是

斜長南北均長六丈欲要脩為平壤東增一丈新墻不知幾許請推詳

須要算分停當 置法置斜長十尺以每步五尺乘之併加零五得零五寸

自乘得二千五百五十分另以新墻十尺如勾自乘得一百相減餘二千四百

尺宋二

寸五分為實以開平方除之得平壤東西如股長

尺四十九

尺五寸以步法

除之得田九步九分以乘南北均長六即步十二

得平田一百一十八步

(八分)以畝法除之得田四分九厘五毫

解義

東增新橋一文乃乘數而高一丈今東傍一丈連其西平故以高高一丈為勾

股弦求勾法○今有勾投設長三十六尺弦長四十五尺問勾闊若

幾

置股長

三十

尺自乘得

一千二百

尺另置弦

四十五

尺自乘得

二千零

數相減餘

三百九

尺以開平方法除之得勾

潤二十七

尺

解義

法自乘數為勾自乘股自乘數或去肢自乘止存勾自乘數故開方得勾

又股弦求勾雜題西江月○三月清明氣象童關旋風箏托量九十五

尺繩被風括起空中望得上下相應七十六尺無零縱橫甚法問先生

之多少為平

舊法置繩斜長

九尺

如弦自乘得

九千零二

又絕頭

量至上下相應

七十

如股自乘得

七千七百

以減弦積餘

四十九

是以開平方法除之得高

五十七尺

又股弦求勾難題歌○池河八分下釣釣魚吞中底是根由勾絕五十岸

齊並使盡機關無法籌緘橫源流離辨認水深幾尺數難求

舊法置

圓池八以畝法

二通之得

一百九

四同三歸得

二百五

以開平方法除

之得池經

六十一

折半得步

以每步

乘之得池半

而如股

一千六

鈞繩

五十一

如弦自乘得

二百五

相減餘

九百

為實以開平方法

除之得水深

解義難題諸法不過即求弦求股求勾正法但皆借事設喻故條列以助思悟

弦八十自乘得七百八十八尺相減餘四千八百折半得二千九百為實以較
差八十用帶縱開平方方法除之得勾三十二尺加入差八十得股六十

又

解義 較與和循環相通以較除得和以和除得較前法開平方得九十
加入較差數即兩個股數故折半得股其開方得勾股共數若何也
勾三十二尺乘股六十尺是三十六尺即是一千零二十
二尺計得積一千九百二十尺若勾三十二尺自乘得一
千零二十四尺是三十六尺較本積少二十四尺較本積多二十四尺以較六
十尺自乘得三千六百尺是三十六尺較本積少二十四尺較本積多二十四尺
十尺自乘得一百六十尺是三十六尺較本積少二十四尺較本積多二十四尺
較弦自乘得四個本積數以較自乘數是與一個本積數一兩差數加倍
是兩個差數四個本積數而五項中與法將一個差數長短皆九十二尺
較一個差數四個本積數而五項中與法將一個差數長短皆九十二尺
故兩方得九十二尺為勾股共數也度法將弦自乘或去一差自乘止
存兩個本積數折半得勾股共數也度法將弦自乘或去一差自乘止
存兩個本積數折半得勾股共數也度法將弦自乘或去一差自乘止

勾弦較求勾弦法○前數止言股六十尺弦多勾三十六尺問勾弦各若

于(實)置股六十尺自乘得三千六百為寔以弦多勾三十六尺為法除之得

一百一減較差六尺餘四尺折半得二尺加差三十六尺得弦長六

(十八尺)置股自乘三千六百另以多勾三十六尺自乘得一千二百相

減餘二千三百為實以多勾三十六尺為法除之亦得四尺折半得勾加較

得弦或將差加倍七尺為法除餘積正得勾二尺

股弦較求股弦法○前數止言勾三十二尺弦多股八尺問股弦各若干

(實)置勾三十二尺自乘得一千零二為實以弦多股八尺為法除之得股

弦共數一百一十八尺加差八尺共一百二十六尺折半得六十三尺內減差八尺得股

(六十三尺)

解義

以勾弦較除股自乘得勾弦和以較減和折半得勾加較折半得弦股較同

勾弦較股弦較求勾股弦法○前數不言勾股弦若干止言弦多勾三十

六尺多股八尺問勾股弦各若干

法置弦多勾

三十一以弦多股八

乘之得

二百八十八尺加倍得五百七十六步

以開平方法除之得

二十尺為實加弦多

股八尺得

勾三十二尺

加弦多勾

三十一尺得股長六十尺

全加弦多股八

多勾

三十一尺得弦長六十八尺

法置弦多勾

三十一尺多股八尺併之共四

尺四自乘得

一千九百三十六尺

另置

三十一尺自乘得

一千九百三十六尺

又置八尺自乘得

二共

一千三百一十六尺

以減

三千九百六十六尺餘

五百七十六尺

以開平方法除之得

八尺得

勾三十一尺得股加

四尺得弦

解義

弦多八多三十六者參差之數也以八與三十六相乘又加倍者多少互割取平之法也乘數加倍即是將八尺以三十

高如股以多尺為股弦較二數相乘得八倍之得六尺以開平方除之得八即弦和較加多監之二得四廣六尺加多廣之尺得四高八尺全加多廣多監共六尺得半長即門斜十尺

餘股求股弦歌○餘股之法理宜明○勿自乘之除法行○餘股即為股弦較○加減折半總相同

餘股

求股

長股

長圓

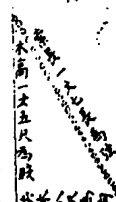


今有牆高一丈有二木齊長斜倚一木于牆木杪與牆頭齊却將木一根平卧於地木根抵牆根脚木杪則過斜木一尺問木長并去牆若干

○法置牆高尺為勾自乘得尺一百以過斜木根尺為股弦較除之如故得百折半得斜木如弦長五十尺零五寸或卧木過

斜木一得至牆如股四十九尺五寸

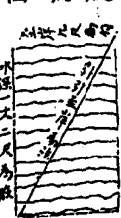
圖 脫弦



自乘得八四以減四尺餘六尺六寸為實以較尺二為法除之得三十一折半得本

高一丈五尺加委地尺二得索長一丈七尺

餘股 求股 弦圖



今有葭二莖生池中根並抽齊出水三尺引葭至岸一莖斜去立葭九尺與水適平問水深葭長各若干

以出水尺三為股弦較自乘得九以減一尺十餘七尺為實以較尺三倍得本

為法除之得水深一丈二尺加出水尺三得葦長一丈五尺

解義

三法一例詳木二葦皆餘度木索即弦多股二尺并列于
此以備五泰木索二葦又用對成法者亦括出備泰也

餘股

求股

弦圖



五寸餘尺為法除之得八尺

十加股弦股尺共尺二十

折半得葦高一丈

今有廳門外懸簾下垂離地五寸引簾離闊六尺離地二尺五寸問簾高若干

①法置去闊

六為勾自乘得六尺以離地二尺減去原離地

又餘股求股弦難題西江月○平地鞦韆未起板繩離地一尺送行二步

能恰早齊五尺板高離地仕女佳人爭毖終朝語笑歡戲良工高士請言

文○備問索長有幾

②法置送行步得尺十如勾自乘得尺一百為實以股

圖如較尺五

減原離地尺餘尺為法除之得五尺加較尺共得如圖徑九尺

折半得索長一丈四尺五寸

肢



今有開門去闊一尺不合二寸問門廣若干
徑置去闊寸為勾以不合二寸折半得寸為股弦較
勾寸自乘得寸一百以較十除之仍寸一百減較寸餘

九寸折半得門一扇廣四尺九寸五分倍之得二扇共廣九尺九寸

解義 以上三法典前亦同例而引申言之使人易悟如差肆地二尺
除原肆地分數門不合二寸以門二扇分之二扇共索肯股也故除之一
遇此類當折半作一也倫懸兼獻題二法兼共索肯股也故除之一
十八尺共二十五尺皆股弦和也前法喚較折半得股也
反加較折半者以共糾齊為股外加修股乃為索定數也

餘肢
求圓



今有圓木泥在壁中不知徑以錐之深一寸錐
道長一尺問木徑若干
錐徑置錐道長一為勾

估數折半得五自乘得五寸為實以深寸為股弦較除之如故得五寸

為股加深寸共得木徑二尺六寸

解義此英國因以弦間餘徑同法半弦自乘即矢乘餘徑之數故

以矢除半弦積得餘徑加矢得全徑以深一寸為餘股較以除

二十五寸仍得二十五寸此乃股弦共數也圖形勾股逆中心起折

得二十五寸或除股一寸折半得一十二寸即半圓之股加餘股一寸即得

全徑二尺六寸也孤矢法亦本此法相同○凡自乘開方四而皆

同如五寸自乘得二十五寸乃四面皆五寸自乘止得二分五厘矣

故知此圖止以寸綸不可以尺綸也

餘勾 餘股 求方



今有邑不知大小四面各中開門西門外三十步有木一根出南門外七百五十步見木問邑方若干

① ② 置出西門步三十為餘勾出南門

七百五十為餘股相乘得二百五十以開平方除之得一百五為一隅

方得方面一半倍之得全邑方三百步又方求餘勾股止言方一

百五十步方外餘勾三十步問餘股若干即置方一百五十自乘得萬

二千五百以餘勾步三十除之得餘股七百五十步求餘勾即以餘股除得

餘勾

解義此即容方法也前容方是以全勾股求此是以餘勾餘股求

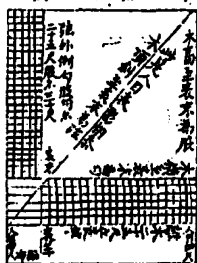
得積典內方相同故開方可得容方之面此數理互根无物不可測驗也

表竿求高深遠歇○高深與遠剛表竿○正勾正股表末泰○竿至人目

勾股餘○橫直容積同無疑○求股餘股乘正勾○餘勾除併表竿收

○餘勾乘股餘股除○得勾併加退步宜

表竿 外餘 勾餘 股求 正股 通高 圖



今有木不知高從木根量遠二十五尺立

表竿一丈表後退行五尺用窺穴望表末

與木末斜平人窺穴高四尺問木高若干

置表竿去木五尺為勾以表高十

尺去人目四尺餘六尺為餘股乘之得十一尺五

以退行五尺為餘勾除之得三十加表高十得木高四十尺

竿去木五尺加退後尺五共三十以表高十尺減人目四尺餘六尺乘之得八十

尺以退後尺五除之得人目以上木高六尺加人目四尺得木高四十尺

解義用表竿測高則深則遠遠不外餘勾餘股如前而引葭至岸引

即是弦多股若干故即可以較求此時則并未知弦多股若干故立求

竿測餘勾餘股以得正勾正股入表竿退步得通勾通股其餘股各

橫餘勾容直二積皆同一百五十八尺以餘股乘正勾二十五尺得一百五十八尺此橫積也以餘勾除之得直長三十尺以餘勾乘正股三十二積皆同者何也蓋勾股長短不齊斜弦所界無胸通長通闊截長截闊勾股皆長短不齊如表竿十尺去人目四尺餘六尺八目在表竿後後五尺便聽得每直得六尺獨得五尺一處如以通長通闊亦是如此即如一直田闊二十五步是五五二十五長三十步是六五三十步每長六步闊得五步得直田橫截六步六個二十五步得一百五十五步直截五步五個三十步亦得一百五十五步在直六尺橫止五尺以六加橫以五加直則兩邊俱平故得積皆同除餘股乘表與連餘勾

前表
外餘
勾餘
股求
正勾
通高



今有因遠求高離高二丈五尺立表竿三尺六寸退行二尺又立表竿三尺人目望其高處俱與表合問高若干

置遠 五尺加入退行尺二共七尺以二表相減餘六乘之得尺一十六為實却以退行尺二為法

除之得八寸加入後表竿三得高一丈一尺一寸

鮮義此共前圖同法其併退行二尺作算者即前又法加退後五尺
三尺即前圍人日處四尺前圍遠二十五尺是正勾退後五尺是餘
勾併之是通勾高三十尺是正股表竿除人目餘六尺是餘股連人
目併之是通股高八尺一寸是正勾前表減後表三尺餘六寸是餘勾
併之是通股高三尺是通勾前
求股高此求勾高過一理也

表外



今有立竿求遠前立表竿三尺退行一尺八寸又立表

餘勾



竿三尺六寸人目望其二表俱對遠處參合問遠若干

餘股



實却以二表相減餘六寸為法除之得遠一十尺零八寸

求股



實却以二表相減餘六寸為法除之得遠一十尺零八寸

遠圖



實却以二表相減餘六寸為法除之得遠一十尺零八寸

三

以二表相減餘寸為法除之得前表相去遠尺加退行八寸得通遠一

十尺零八寸

解義此以前表竿為工勾後表竿為道勾二竿相減餘六寸為餘勾

乘之即連小勾股其至不邊與前法一也

餘勾

餘股

求股

深圖



相乘得二千三百餘寸為法除之得井深五丈七尺五寸

解義此以前表竿為工勾後表竿為道勾二竿相減餘六寸為餘勾也井徑八寸之即給勾也以立木五寸乘餘總四寸得

今有井不知其深井徑五尺從邊立直木五尺於井上從木末望至井下水邊人目入徑四寸問井深若干

解法置井徑尺五減入目寸四餘六寸與木高五寸

二千三百寸即餘股立木五尺橫容之積也以餘勾四寸容直訣四
疊共容二千三百寸故以四寸除得五百七十五寸即水深也

二表求高遠歌○測高測遠兩竿奇○兩竿長短一般齊○相去若干前
後立○退望遠近有差池○竿成人目餘勾股○用乘表間得積實○
前望後望相對減○除實加竿高無疑○另將前望乘表間○後望減
餘法除焉○求得前表至高遠○加後表望遠亦全

二表



求高

餘股

餘股

求高

遠圖



今有隔水望木竿不知高立二表各長一丈前後
對直相去一十五尺從前表退行五尺人目窺高
四尺望表末與木杪斜平從後表退行八尺窺望
表末亦與木杪斜平問竿高並至竿遠若干
置兩表相去一十五尺以表高十尺成人目四餘

餘勾乘之得九尺為實另以後表退行八尺減前表退行尺五餘尺三為法除

實得表上木高尺三十加表竿尺得木竿通高四十尺另置相去五尺以

前表退行尺乘之得五尺仍以前法尺三除之得前表至隔水木表二十

五尺加後表至前五尺并退行八尺得至木竿共遠四十八尺

解義此仍上餘勾容直餘既容橫之理前圖亦立二表竿其後表竿與前表竿不一後表即人目變換一表竿法也錄知到高遠

不知到木遠若干故立二表此表中間尺數亦之人目望望處因并

尺故前後表皆六尺至前表退五尺後表則退八尺是下

十五尺是前表竿多退三尺此三尺是從十五步多出的前五尺

成八尺是前表已有的三尺是後表加出的前表以前餘勾所

容橫積為前表竿前表至後表十五尺所容橫積為後表竿以前表

退五尺論之前表至木二十五尺高長遠短前表前是正勾退五尺

是餘勾以餘股六尺乘五勾二十五尺得一百五十尺以餘勾五尺

除得表上之高三十尺以後表退八尺論之前表至木又加至步

十五尺共四十八尺高短遠長後表前四十八尺是正股退八尺是餘股

二表
餘勾
股窺
望海
島圖

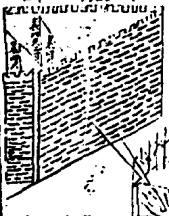


以餘勾六尺乘正股四十尺得二百四十尺以餘股八尺除之亦得表上之高三十尺以表間十五尺見正勾後表退行或前表退行餘三尺是亦高長遠短表間十五尺見正勾後表退行或前表退行餘三尺是餘勾此乃就前表以後求高股三十尺以六尺乘以三尺除亦得表上一尺餘勾三尺此數理之條可證者也然又持十五尺以退五尺求之高三十尺此數理之條可證者也然又持十五尺以退五尺求之以三尺除得前表至木之處者何也前表至木二十五尺以退五尺求之復表至前表一十五尺是三個五尺復表得前表八分之二三前表得五分後表得三分將表間十五尺五尺同三得即得三分因歸作五分故遠得前表至木之數

今有海島不知高遠立表竿三文退行六十丈又立短竿三尺人目望二竿末與島峰頂參合後却退行五百丈又立表竿三文退行六十二丈又立短竿三尺人目望二竿末與島峰頂參合同海島高遠各若干

置表間相去五百以表竿三文減去短竿

二表
餘勾
股窺
定攻
守圖



三條二尺乘之得一千三百
尺餘七尺乘之得五十七丈
六十餘丈為法除之得六百七
丈為法除之得(島高三里一百三十八丈)另置表間五百以前表退行十六
大乘之得三萬為實亦以減餘丈二為法除之得一萬五以里法十丈八
為法除之得(前表至島遠八十三里六十丈)

解義

此與望木同法雖立四竿二短竿即人目處猶二表法也前後表得八分之三得六十二分之二前六十分後二分

今有城頭禦寇欲求寇營遠近未知城高計城頭堞口高三尺三寸於中口處堞牆一尺內立表竿四尺退竹八尺又立望竿四尺二寸人目窺望二竿末正與寇營斜對另退却一十七尺

重立表竿四尺退行八尺一寸立望竿四尺二寸人目窺望二竿末亦
與冠管斜對問免遠若干。○**法**置表間七尺一寸通之得十寸以
望竿餘二即餘勾乘之得十打四以後表退行八尺城前表退行八尺
打為法除之仍十寸以尺通之得城下至表竿如通勾三十四尺即
將四尺為實另將前表退行八尺以寸通之得八以乘四尺得三十二尺
以餘竿二除之得前表至冠管遠六十三尺內除牆尺餘得實遠一千
三百五十九尺○或以表間積求亦將前退八尺以寸通之得八以乘十
尺得六十三尺以後表減餘十為法除之仍故得前表至管之遠○**法**
法再將後表退行八尺以寸通之得八十却以餘竿二乘表間七尺得
三十四尺以八十除之得依後表窺望斜弦至管前表竿餘高四寸一分九

原表高

四尺城梁口高

三尺

餘

此上

減斜弦上

四寸一分

九厘有

表梁口上

餘

八分

本照依後表斜弦安立砲位百發百中可立奏功

詳義

行前後退行八尺共八尺一寸俱以十通者餘勾二寸餘股或

八尺或八尺一寸是前表餘勾二分餘股八十分後表餘勾二

分餘股八十一分以寸通之乃合本等分數也本此乘除表間十七

尺便知後表至前表應減數若干上去退餘下去梁口中餘即砲位

處九寸等法須詳量遠近始依梁口高下定立

表竿底便後表斜弦減退以合砲位乃有濟用

掛箭論曰表竿一法於攻守最為有用或寇臨城邑安營近地或寇據堡

寨或寇占山頭我軍另占山頭或寇在水洋短兵難接須借火砲攻擊

但或高或下徒費錢糧無濟實用立定表竿前後窺望照依望穴斜弦

置列砲位遠近高下自可百發百中倘遇山隅缺側高低不平將竿先

取下平隨依地勢安立自下平以上作數推筭則施之無礙不宜其表

股弦和文餘一寸折半得折處高心尺五寸五分

勾弦和股弦和求勾股弦法○今有勾股如止言勾弦共一百尺股弦共

一百二十八尺問勾股弦各若干（法）置股弦共一百尺以勾弦共

一百乘之得八萬二千加倍得二萬五千為實以開平方除之得六十

尺為勾股弦共數減勾弦和共一百餘得股長六十尺又將十尺六十

以股弦和一百二減之餘得勾瀾三十二尺又將六十內減勾三十股

六十共九十餘得股長六十八尺

解義如勾股法共一百六十尺自乘以勾股弦分之內中是一相勾

自乘一相股自乘一相股自乘一相股自乘一相股自乘一相股自乘一相

股弦相乘共九個數在內以勾弦相乘一百又乘股弦一相勾弦相乘

中是一個勾股相乘一個股弦相乘一個勾弦相乘一個股弦相乘一個

自乘股自乘即又多一弦自乘就合筭共得一半
故加倍合之開方得勾股弦共數一百六十也

勾股較勾弦和求勾股弦法○今有勾股止言股多勾二十八尺勾弦共

一百尺問勾股弦各若干 ④置勾弦共一百加股多勾八尺共百

八尺即股弦和却以勾弦和一百乘之依上法求勾股弦

勾股較股弦和求勾股弦法○今有勾股止言股多勾二十八尺股弦共

一百二十八尺問勾股弦各若干 ④置股弦共一百二減股多勾

二十餘尺即勾弦和以乘股弦和一百二依上法求勾股弦

勾弦較股弦和并積求勾股弦法○今有勾股積一千九百二十尺弦多

勾三十六尺弦股共一百二十八尺問勾股弦各若干 ④置股弦

共一百二減弦多勾三十餘九尺即勾股和自乘得六十四尺并將積

一千九百以四因之得七千六百以少減多餘七百八以開平方除

之得八尺即勾股較以減九尺餘四尺折半得勾三十二尺加股多

二十得股長六十尺以減弦弦共一百二餘得弦長六十八尺

股弦較勾弦和并積求勾股弦法○今有勾股積一千九百二十尺弦多

股八尺勾弦共一百尺問勾股弦各若干

多股八尺餘九尺自乘以四因積相減如上法

解義 勾股共自乘用四因積相減者其自乘內係四個積減一個二

共較多勾股問即置積為定以二十八帶從問方求之即得二若以

積共勾股和問亦相減法求之

孫子度影量竿法○今有立木不知高日影在地長五丈隨立一竿長一丈日影長一丈二尺五寸問立木高若干

置立木影長五丈為實

以竿影長一丈二寸為法除之得木高四丈

算海記詳第四卷

白下隱吏古齊陽丘曠足軒強恕居士李長茂拙翁南軒再

開方章

此章以平方求方面以平圓求圓徑以帶縱減縱求直長濶以一乘再乘求立方立圓以一乘再乘三乘等求立方立圓之積高開方與方股法相為表裏乃諸數借為權與該算家所宜考究

開方總解○平方即方面自乘之積還涼曰開平方者開四面而成方也其法有初商再商三商四商不等以商除積盡為定商者約畧之意乃量積數多寡而約畧定方百則下十萬則下百之類是也初商是方法次商以後用兼法隔方法者先約畧積數可以四面成方者左定一

數若定一法相呼乘法以除積數除數不盡又用次商應即方外所加之直謂一方帶兩邊直以取其壯取名曰應一方不盡須從兩面加蓋故應用倍法次商是方外再加之潤應即初方兩面之長相呼除積兩邊俱與初商方齊尚缺一角故即用次商相呼成一小方以補兩盡之角所謂隅法也如商除不盡再用三商或終有不盡以法命之此為一乘方法曰乘者呼乘法為除積也再以方面自乘之積以方面乘之為二乘方又以方面乘二乘之積為三乘方二乘方即成立方上下六面俱同一方面如骰子樣是也三乘者立方之上再加高如窰深之類是也求立方其商除之數須依一乘再乘約畧定數如平方四步至八步商二步立方八步至二十六步俱商二步等是也三乘四乘以止只其

無物生數無不在一包強本二生衍故獨合二位數也且二層下每
二位生一位正逢兩得生如三層兩一生二兩一皆乘二即二自乘
之四四層一三各生四一三各乘四即四自乘七十六五層一四各
自生五十四各乘五即五自乘之二十五三三生六三皆乘六即六
自乘七三十六六七層皆然自乘亦即包數在內此二理生率妙
合英可思議故其因始出以啓參悟程解以猶未微併存待考

開平方認商數○一百一十定無疑○一千三十有零時○九千九九不
離十○一萬總作一百推○方除倍方作蕪法○次商除庶并隅除○
餘數倍虛重商起○商除不盡命其餘

開平方初商定首位數

商一步 積一步起至三步止皆商一步

商二步 積四步起至八步止

商三步 積九步起至一十回步止

商四步

積一十六步起至二十四步止

商五步

積二十五步起至三十五步止

商六步

積三十六步起至四十八步止

商七步

積四十九步起至六十三步止

商八步

積六十四步起至八十步止

商九步

積八十一步起至九十九步止

商十步

積一百步起至三百九十九步止

商二十步

積四百步起至八百九十九步止

商三十步

積九百步起至一千五百九十九步止

商四十步

積一千六百步起至二千四百九十九步止

商五十步

積二千五百步起至三千五百九十九步止

商六十步

積三千六百步起至四千八百九十九步止

商七十步

積四千九百步起至六千三百九十九步止

商八十步

積六千四百步起至八千零九十九步止

商九十步

積八千一百步起至九千九百九十九步止

商一百步

積一萬步起至三萬九千九百九十九步止

開方右法位

美盤

而在

定位

中自左
積筵居

之圖

左商位



置原積實房中左置商位右照依所商別置一位於積實之下名曰下法左商置左第一位得若干下法亦置上商若干於左法之第一位與上商相呼除實名曰方法餘實若干乃將法位上加一倍

各為庶法又再商吾于置右初商之第二位下法亦置若干於法之第二
二位名為隅法併庶法共得若干皆與再商相呼除實盡得平方一面
之數如不盡仍前再倍次商作庶重商之或數不盡以法命之

一方

隅

長步數
庶

今有平方積三千一百三十六步問方面若干

二庶

長步數
內方五十五步

置積三十一百於中為實約實定初商五十

一隅

長步數
方

於左下法亦置五十於右左右相呼五五除實二十

圖

長步數
方

五百餘積六百三十()就將下法五十倍作庶法百

步次商於左初商五十之下位亦置六十於右倍庶未一隅位之下共

得一百零皆與次商六十相呼一六除實六百又左六對右六相呼六六

除實三十恰盡得方面五十六步

解義 左位商方面之數也右位加庶開求方面之法故除與倍
置開位商位法位積定位或千或百或
十項記認明白開除庶無錯誤

一方

四康

兩陽

圖

長二百步

寬一百步

方

二除實

今有方田積七萬一千八百二十四步開平方一

而若干 (舊法) 置田積於中為實初商二百於左

位亦置步於右為方法以左二對右二相呼二

二除實萬餘實三萬一千八百二十四步○就以方法二百

倍作步為庶法次商十六於左初商百二之下亦置十六於庶法百四之下為

陽法共六百皆與次商十六相呼先以左六對右四呼四六陰積二千步

又左六對右六呼六六除積百步餘實二千二百○又將右位次商

十六倍加十六共二百又為庶法再商八於左初次商六十之下倍添置八

於右燕法二百之下位皆與上商步八相呼先以左一八對右五相呼五八
除積四千又以左八與右二相呼二八除十步六又以左八與右八相

呼八八除實四步恰盡得方面二百六十八步

解幾此同一段方四分作七段內方二百步一段積四萬步次商六
十內有濶六十步長二百步兩段故倍初商二百作四百為商
法與次商六十相呼除實二萬四千是兩段直田積濶法六六相呼
除實三千六百步是二層小方四積又商八步內有濶八步長二百
六十步兩段故再倍六十併先兩燕共為廉法以又商八步與五百
二十過呼共除四千一百六十步是外層二段直田積八八相呼除
積六十四步是外層隅角小方田積濶圓自可了然上圖二層此圖
三層萬千一百十步分厘毫每一寸分一層每條皆有二燕一燕

歸除開平方法欵○歸除開方法最良○初商對呼除內方○下法加倍
為廉法○歸除實佳得次商○商法相呼除隅積○再商仍依前法詳
今有方田積五萬四千七百五十六步開平方每面長若干

置積

五萬四千七百五十六步於盤中為實見實五約商百於左亦置百於右為下法左

右相呼二二除實四萬餘實一萬四千七百五十六步即以右法二百倍之得四百步

為廉法歸除之呼四一二二逢四進一十得次商三十氣置三十於

右法百之下相呼三三除實九百餘實一千八百又將右法三十倍之

得六十共六十步為法歸除之呼四一二二逢八進二十得三商六十

亦置六十於右法六十之下相呼四六除實二百四十又呼四四除實六十

恰盡以左上所商得方而二百三十步

解義歸除開方與商除一理共用倍為法歸除即同以倍廉共次

倍有二位如四百六十四作歸除止用一位六十他共次商呼除也若

商除本位開方法歌○商位開方法尤精○不用錢廉一隅稱○初商自

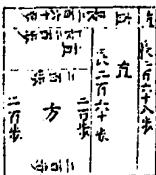
呼除方積○次商呼初除積行○又用次商呼初次○除完乘隔皆在
 中○三商四商同一理○惟此省便易為功

一方

四直

開方

圖



今有方田積七萬一千八百二十四步問平方一
 西若干 應法置田積七萬一千八百二十四步為實於右約
 商二百於左二二自呼除實四萬餘實三萬一千
 步次約商六十於初商之下即以次商六十與初
 商二百呼除二六除千六萬二又以次商與初次商共六百呼除二六除
 千六萬二六六除積百三十六餘實二十四步再約商八於左六十之下即
 以再商八乘初次商共三十六二八除積百步六八除十步八八除
 再商呼初次再共二百六十八步二八除百步六八除十步八八除十步

恰盡得方面二百六十八步

解義 此知一段田分作五段，每段高自乘是方田，次商呼初商是二層，冠直四，次商呼初商是二層，長直四，三商呼初商是三層，短直四，三商併呼初商是三層，長直四，兩短直各一，庶之積而長直各一，庶一隅之積，此法更覺捷便。

又商位開平方命法。○今有平方積四百九十九步，問每面若干。○法置

積四百九十九步，於盤右見實百商步，於左自對呼二二除實，四百餘實，七十

步，次商步於左步，之下即以步與初商步，相呼二二除實，四十

以二與二步相呼除實，二二除步，十二除步，共除四十步，餘六步，不盡，却

以所商二步倍之，又添步，共得五十步，為分母，命之曰方面，得三十二步。

乘四十五分步之六

解義 積四百九十九步，方面二十二步，一分三厘五毫，不盡，因數有確，不故以法命之，共云四十五分步之六者，因再得四十五步便。

可先兩乘一得再商一步今止六步尚少三十九步
四四十五分步之六乃四十五步內僅有六步也

大小

積千三百三十三步
六步

今有大小方田二段相併共積四百步只云大方

二方

積千八百
六步

面比小方面多四步問大小方面併積各若干

併積

積千四百
六步

置大方而多小方面自乘得六十以減共

圖

積千四百
六步

積四百餘積二百八折半得一百九為實另置大

方面多小方面為縱方以帶縱開平方法除之初商十於左下法亦

置十於縱方之上共四步皆與上商十相呼一一除百一一四除十共除

十步餘實五步却以下法初商十倍作二十倍法不倍縱併縱共四步

次商步於左初商十之次下法亦置步於右法次位縱上共六步皆與

次商步相呼二二除十二六除二步除實恰盡得小方面一十二步加

多四步得大方面一十六步各以方面自乘得積大方二百五十六步

小方一百四十四步

解義大方多小方四步而各多四步如二廉又多一隅以四步自乘或去隅積共存二廉二小方積折半止存一小方一廉如一真田故以四步為從開方得小方面猶直田得闊也

大中

大方四步
計積四百步

今有大中小方面三段相併共積八百步只云大

小三

中方面十六步
計積三百三十六步

方面比中方面多四步中方面比小方面多四步

方併

小方面五步
計積二十五步

問大中小方面併積各若干 (舊法)置大方面多

積圖

積圖

小方面步自乘得四步又以中方面多小方面步

自乘得六步併二數共步八十以減共積八百餘七百二十以三歸之得二百

四十為實初商十一自乘得一百以減積實餘實十步次商二併初商

共二十自乘得

一百四十步

內減初商自乘

百餘四步

以減餘實

又餘實九十六步

却以三因得

二百八十八步

另併大方多小方

步八中

方多小方

共二十倍之得

二十步與初商

步十相呼

一二除

二一四除

又與次商

步二相呼

二四除

八得

小方面

十二步

加多

步四得中方面

十六步又加多

方面

二十步

各以方面自乘得積

積置大方

多小方

步八中方多小

方

步四各自乘共

步八十

減共積

步八百

餘積

步七百二以三歸之得

實另以多

步四加倍得

步八為縱方初商

步十即置

於實右縱方先以左商

步八

十自呼除

步一百

又與右縱

步八相呼

一八除

步八十餘實

初商

步十之下即以

二與初商呼

一二除

又以二與

步二十呼一二除

二除

步四又以

二與縱

步八二八除

步六十除實恰盡得

小方面

十二步

連

八

八

八

八

八

八

八

加多步得中方大方面

增法置大方多中方面

步四自乘得六步又置

中方多小方面

步四自乘得

六步二共三十步

以減共積

步八百餘

步七百六

三歸之得

步二百五

用開平方法除之得

中方面一十六步

加步得大方

面二十步

減步

得小方面

一十二步

解義

於共積內將大方中方隅積盡減除餘積以大方餘中方外二

廉物商一十自乘以商連物商又自乘則物三自乘之數在內故減

除物商餘積積四十四步即次商倍廉法二二乎除四十二二乎除

四步一理錄定九十六步又以三周之者先將積七百二十步以三

帶之止餘一小方併二廉初以共商十二除去一百四十四步小方

之積又將餘定三回還六廉之本數却以大方乘多小方八步中方

廉多小方四步共十二加倍二十四為法者二面多數也即三小方

一方二廉一廉多四步六廉共多二十四步也此皆前人縱轉立法

除定得八步用八步帶縱法為正也廉比小方多四步自乘減積餘三

台中方積者大方除隅積餘二蕪各長十六步中存一中方中除隅積餘二蕪各長十二步中亦一小方將大中方長短四乘分配二小方各成二中方共得三中方積三帶止
存一中方積故開方得中方面十六步

難題船缸均載歌○三百六十一隻缸任君分作幾缸裝不許一缸多一

隻不許一缸少一缸 (傳)法置缸三百六十一隻為實以開平方除之初商

一於左自呼除百餘實二百六十一次商九於左初商之次即以九呼初商

十除實九又以呼初商十除實九又呼次商九除實八十怡盡得(一十)

(九)缸每缸載缸一十九隻

難題糧船均載歌○今歲都要納秋糧僱缸裝載去上倉五萬七千六百

石河中滿濕一缸糧每缸負帶一石去缸仍剩得一石糧煉糧納米已

有數不知原用幾缸裝 (傳)法置米五萬七千六百石為實於右用開平方法

算術

初商百於左自呼除實萬餘實一萬七千次商十於左初商百之下即

以次商十與初商百相呼除實千又以十與初商百相呼除實千又次

商十自呼除實六百恰盡得(紅)二百四十隻每(紅)裝糧(二百四十石)

解法 開方之法最者使後裁此二法以見開方之法無事不可推算不止田畝一節

直田 今有直田積八百六十四步只云濶不及

帶縱 長一十二步問長濶各若干 (舊法)置積

開方 方積四百步 於盤中為實以不及二步列於右

圖 為縱方初商步 於左第一位亦置步

加於縱二十之位共三十皆與上商十二相呼除實四百餘實二十四步却將

下法初商十二倍之倍法不倍縱共五十次商十於初商十二之下法亦

置步於法之次位共五十步與左以商步相呼除實恰盡得(二)(十四)

(步)加不及二十得長(三)(十六)步

解義

倍法不倍從者法是取方要兩廣俱加故用倍法縱是長多闊
間長闊四因積併差自乘開方得長闊共步以差
步加減得長闊法見直田并勾股下故不沒聲

直田減積開方法○今有直田積一千七百五十步只云闊不及長一十

五步問長闊各若干

(舊法)置積

一千七百

五十步於盤中為實另置不及五

步於右法位為減積初商

十三

於左位下法亦置十三於右為方法以乘減

積

五步得

四百五

以減中實餘實

一千三

却以初商十三與下法十三相呼

三三減積

九餘積

四百

就將下法十三倍作六十為廉法以商於左十三

之以下法亦置步

以乘減積

十五得

七十

以減中實仍餘積三百二却

以下位煎法十步併入次商五步共六十五步皆與上次商五步相呼五六除

實三五五除五步恰盡得三十五步加不及十五步得長五十五步

解義此法上帶縱之法無異又多步

直田減縱開方法○今有直田積八百六十四步只云長闊六十步問長

闊各若干舊法置積八百六十四步於盤中為實以相和六十步置下法位為

縱用減縱開方法上商二十步於左就將右縱減上商二十步餘四十步與上

商相呼二四除實八百步餘實六十步又以上商二十步再減餘縱二十步仍餘

縱二十步次商四步亦再減餘縱四十步仍餘縱六十步與次商四步相呼一四除四十

步四六除二十步共除六十步除實恰盡得上商二十步以減相和六十

步得長三十六步

解義 固未嘗縱多若千無縱可帶故即就相和共處通作能論
 用成性法除之但爲圖共理未明今另去圖解于後

約商

潤二十步
 二十六步

縱橫

行十段縱橫相轉
 步下段與合即
 潤二十步長共積八
 百步

相乘

潤二十步
 二十六步

除積

潤二十步
 二十六步

開方

此即長潤共六十步
 非除縱步步餘縱十六步
 即外段
 三十步

亦戒縱二十步

餘二十步
 為縱與橫共步又約界餘積商如于左為橫縱方

亦除四步餘縱六步

與次商四步
 除實恰盡于左位先商十二次商四步得潤三

十四步於右法餘縱六步

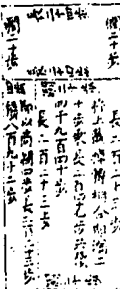
加後除縱二十步
 得長三十六步

圖

二

發明 減縱

解義 此即明舊法減縱之義首圖是列明初商次商所除積實二圖
 初商是特積實以十步約界之開應二十步長應四十步以開乘長
 除實不盡即將縱亦減二十步是開六二十步長亦去二十步餘二
 十步仍是長開共積又以步約界餘實六十四步將餘縱二十步以
 長開分之以四步乘十六步除實恰是便長開各二十步外開加
 四步得二十四步長加一十六步得三十六步古人立為減法位其
 理在此或長加盈開遊縮或長共開位數多寡知長九百九十九步
 開止九十九步之盈步數皆一定難易今再圖于後



公有直田積五千八百三十二步只云
 長開相和共二百六十七步問長開各
 若干

上為橫方右法為縱方將相和二百六十七步列於法位為縱約界積實商十
 步為橫開於左下法除縱二十餘二百四與左橫步二十相呼二二除十

法 置積五千八百於中以左

二四除八二七除四一十共除四十九百餘實八百九即左橫潤步二十

亦除縱長二十餘縱十七步乃為長潤共步却約界餘積將十七步分

別長潤次商橫步即於縱位除如餘縱十二步與次商步相呼四二除

八四二除八四三除二十共除八百九恰盡於左位先商十二次商四得

潤二十四步於右法餘縱十二步加後除縱步得長二百四十三步

解義長潤共二百六十七步若商橫三十則積不足若商十步則積

過餘所商之數皆一定唯易故復圖以發明之若或長三十四

步潤三十步長潤相和六十四步積一千零二十步約積定

角三十共餘縱三十四步除於即為直潤之數矣

成縱 三十步 今有直田積八百六十四步長潤共六十步問長潤各

若干 置積八百六十四步為實以相和六十為成縱於

右先商三十於左以成縱六十餘縱三十與上商三十

相呼合除積取而積實不及乃命翻法除原積八百六十四步餘負積三十步為

實再置上商十三以減餘縱十三訖次商六下法亦置六為隅法與上商六

相呼除實恰盡得長三十六步以減共長得潤

解義 翻積法惟長潤不甚懸絕之長或四五十無零餘統可以翻

長潤相和自乘以四因積成之餘開方得

長潤差步解見直田及勾股章不再贅

圭田斜田勾股田開方法○俱倍積用帶縱或減縱法與直田同

開平圖問徑法○今有圓田積二千三百五十二步問圓徑若干

置田積四因三歸得三千一百三十六步為實於中初商五十於左位亦置五十

於右位為方法左右相呼五五除積二千五百步餘積六百三十却以右位十五

倍作百為廉法次商六於左初商十五之下亦置六於右廉法百一隔位之

解義

所圖積以十二乘者周係圓徑之三倍即係三個方面因得方

個圖積即九個方積係三個方面自乘之積故所

方得三個方面中三區區往為圓而外周之數也

歸平圖命法○今有圓田積五萬四千步問徑若干

○

歸得七萬二

為實初商於左自呼除積萬餘積千步次商於左

二之次即以十六與二相呼二六除積一萬又以十六與二相呼二六除

積二萬六六除積三千共除積二萬七餘積四百再商於左

之下即以八與二相呼二八除積六百六八除積八百又以八與二

六十相呼二八除積六百六八除積八百八八除積六百共除

四餘積十六步不盡却將三次所商二百六倍之再加步得五百三

之曰圓徑二百六十八步零五百三十七分步之一百七十六

解義 本積開方圓徑應二百六十八步三分二厘八毫不同終有
八百二十四步加入不不
一百七十六步即合原積

大小

二圓

田問

徑圖



今有大小圓田二段相併共積三百步只云大圓徑

比小圓徑多四步問大小徑併積各若干

共積因三歸得四百為實大圓徑多小圓徑

乘得六步以減積四百餘三百八折半得一百九

實另置大圓徑多小圓徑為縱方以帶縱開方法除之得小圓徑一

十二步加多四步得大圓徑一十六步各以徑自乘三因四歸得大圓積

一百九十二步小圓積一百零八步

解義 即此商大小二方中所容求

圖不解方故帶縱共方同

方圓

方圓五步

方圓五步

方圓五步

積百的
十四步

今有方田一段圓田一段共積二百五十二步只云方面圓徑遠等問而

相併

求而

徑圓



徑各若干 備述置共積以四因之得一千零併方四圓三共七為法除

之得一百四為實以開平方法除之得方而圓徑各一十二步

置共積以四因之得一千零為實另併方四圓三共七置於右為陽法

用帶隔開方除之初商十於左以隔七乘得七與上十一相呼一七除定

七餘實三百零另併方法七得一百為廉法次商二以隔七乘得十四併

入廉法四十共一百五與次商二相呼一二除實二五除實百二四

除實八恰盡得方而圓徑各一十二步

解義

國得方四分之二一積一國積共計七分四國七歸即解成
一個四分連合一方四分之數故開方得方而即國任之法
四國積是四個方積四個國積四國積折三方積共七個方積用七
馬馮法以七除七方田之積止存一方田之積共上一理也

開立方法認商歌○一千商十定無疑○三萬總為三十餘○九十九萬

不雜十○百萬方為一百推

初商定首位數

此言國積之初商自乘再乘之數次商用法不同

商一步

積一步起至七步止皆商一步

商二步

積八步起至二十六步止

商三步

積二十七步起至六十三步止

商四步

積六十四步起至一百二十四步止

商五步

積一百二十五步起至二百一十五步止

商六步

積二百一十六步起至三百四十二步止

商十步

積三百四十三步起至五百一十一步止

商八步

積五百一十二步起至七百二十八步止

商九步

積七百二十九步起至九百九十九步止

商十步

積一千步起至七千九百九十九步止

商二十步

積八千步起至二萬六千九百九十九步止

商三十步

積二萬七千步起至六萬三千九百九十九步止

商四十步

積六萬四千步起至一十二萬四千九百九十九步止

商五十步

積一十二萬五千步起至二十一萬五千九百九十九步止

商六十步

積二十一萬六千步起至三十四萬二千九百九十九步止

商七十步

積三十四萬三千步起至五十一萬一千九百九十九步止

商八十步

積五十一萬二千步起至七十二萬八千九百九十九步止

商九十步

積七十二萬九千步起至九十九萬九千九百九十九步止

商一百步

積一百萬起至七百九十九萬九千九百九十九步止

開立方法歌○立方之法要推詳○自乘再乘始初商○三因自乘面方

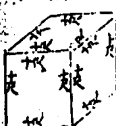
法○三因初商三為長○次商又乘全煮潤○次商自乘隅法當○合

併三法次商乘○積餘再商依次商

立方

商法

一方



此初商方法
一十八自乘
再乘成一十五
方積計一千



此初商成方外次商五
尺三面平方各十尺五
寸五尺即三向平乘也
一向平乘積五百尺三
面積共一千五百尺

三平

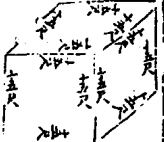
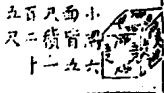
廉長

廉一

隅圓



此三長廉橫
三如方平廉
務長十尺五
橫闊皆五尺
每應積二百
五十尺三應
積共七百五
十尺



此上四圓積
合為一六而
守平方一十
五八共積三
千三百七十
五尺為全主
力

今有主方積三千三百七十五尺間面方若干

④法置積三千三百七十五尺為

實於中約實千尺定十尺初商十於左亦置十於右為下法自乘得百

再以十乘百得尺一千除實訖餘實二千三百七十五尺却以三因初商自乘得百

為面方平庶法又以三因初商得十為庶長次商五於左初商十之

次下法亦置五於右即以次商五乘三廉長十得五十一為長廉法又以

五自乘得五十二為隅法併平廉百長廉五十一隅法五十二共百五十七皆與

次商五相呼四五除八二十五七除三五十五五除二共除七二十五尺

實恰盡得平面左面皆一十五尺

解義

平方是四而以一而自乘即得四面數五方如體子是六面如

百尺十層十個一百尺共一千尺是平方再乘得一千尺是一層得一

四面積有不尽而從兩面如增故用兩層倍法立方六面積有不尽

而從三面如增故用三層三用法平方止如兩邊立方兩邊面併加

故有平層有長層平方一節止用一乘立方橫豎皆方兩用二乘再

乘如平層用初商自乘是一乘長層以次商乘之是一乘兩法以商

自乘亦是一乘合三法併以次商乘之是再乘也之不離一乘再乘

義之

又立方問面法○今有立方積一百九十五萬三千一百二十五尺問面

方若干

置一於右自乘再乘得一萬除實訖餘實九十五萬三千

一百二十五尺却以三乘下

法百得百為方法列位次商十於左初商百之次下法亦置十於初商
百之次共二十就以次商十乘之得二百為廉法再以方法百乘庶得
七十除實訖餘實二十三萬三千却以次商十自乘再乘得十為隅法
除實訖餘實二十二萬五千另以三乘下法二十得六十又為方法列
位再商尺於左初商二十之下共一百二就以五乘之得六百二又
為廉法再以方法六十乘庶法六百二得五千尺除實訖再以再商
尺五自乘再乘得二十五尺又為隅法除實恰盡得五方而一百二十五尺
解義以三初商為方法乃三西方之長也以次商二十乘初商次
商共一百二十即一面通長之五隅也又以方法三百乘之即
三西方之橫闊也合之共成長一百二十橫闊一百五隅二十之三
廉止少一隅故用次商自乘再乘為隅法除之以完五方其上法通
屬一理特變換其文耳

又開立方捷法歌○捷法可求開立方○不用廉隅費思量○初商再乘
除方積○就約餘積定次商○合併初次自乘訖○又用初乘初次商
○再置初商亦自乘○三數總合次乘良○得數除積知方面○三商
四商依樣詳

今有立方積一百九十五萬三千一百二十五尺問面方若干

積為實初商百一於左就於下法置初商百一自乘再乘得萬一百除實訖餘

實九十五萬三千次商十二於左初商百一之次位就於下法置初次商共

一百一自乘得千四百又置初次共商二百以初商百一乘之得二千又置

初商百一自乘得萬併三次共千四百以次商十二乘之得八千又除實

訖仍餘實二十二萬五千再約商尺於左一百之下位就於下法置初

次再共商十五尺自乘得百二十五尺又置初次再共商十五尺以初
次商二十乘之得五千又置初次商二十自乘得一千四百併三數共四萬
五千零二十五以再商五乘之得一百二十五尺除實恰盡得五方面一百三

十五尺

解義

次商法以初次商自乘再以次商二十乘之便是互橫皆一百

高乘初次商再以次商二十乘之便是互長一百二十橫闊一百五
闊二十內有一平無一長無以初商自乘再以次商二十乘之便是
互橫皆一百五闊二十止一平無合之得兌三平乘三長乘一隅之
積故併三數總以次商二十乘之可盡積而得方面不盡再用三商
歸除開立方法○今有立方積一億零二百五十萬零三千二百三十二
尺問立方面若干

法

置積為實約六千四百以上該商四百即初商

又商於左上亦置百於右下法位自乘得六萬為下法與左上百相呼一

四除四千萬尺四六除二千四百萬尺共除六千四百萬尺餘實三千八百五十二萬零却將
右下十六萬尺以三因之得四十八萬尺為法歸除之呼四三七十二將餘三萬
改作七下位八十萬尺上添二共十萬尺猶不足除呼四歸起一下還四於七上去
一餘六於下位十萬尺再添四呼六八除四十八即於六之下位除四又除
一存下位添二成便將實首位六除去置六十萬尺於左初商四之次位下
法另置初商四百尺以次商六十尺乘之得二萬四千尺以三因之得七萬二千尺為
長廉法又置次商六十尺自乘得三千六百尺為隅法二共七萬五千尺皆以次
商六相呼除之六七除四百二十萬尺五六除三十萬尺六六除三十萬尺餘實五百一
七千二百再將方法四十萬尺併入兩個七萬尺法得一十四萬三千六百尺
三十二尺再將方法八十萬尺併入兩個七萬尺法得一十四萬三千六百尺
萬去等一萬零二共六十三萬尺為法歸除之呼六五八十即得實萬

位五添三作八下位添二成三隨呼三八除四萬呼四八除三萬呼八
八除四百右下之法不用將實首八除去置八於左初次商四百之下
却再將初次商四百以再商八乘之得三千六百以三因之得一萬一
尺併入八自乘得四尺二共一萬一千一皆以再商八相呼除之一八
除八又一八除八又一八除八又四八除三十除實恰盡驗左上所商

得三方每面四百六十八尺

辭義以初商四百尺自乘一十六萬尺以三因之得四十八萬尺即
之共七萬二千尺却三長廉也又次商六十尺自乘得三千六百尺
即一萬也以此之法將法帶除乃以次商乘平乘長廉一略之法七以上
已完次商之法又將方法四十八萬併入而因法三略之法七以上
法即初商三百六十尺之四平廉致又為法帶除得三百若千復始
一隅共成四百六十尺之四平廉致又為法帶除得三百若千復始
前法以三商乘初次商得長廉三商自乘得隅法呼除餘積完三商

之法以三次而
兩得立方面也

開立方命法○今有立方積四千一百五十尺問立方每面若干

置積為實初商十自乘再乘得一千除實訖餘實百三十一却以三因下

法十一得十三為方法列位次商尺於左上初商十之次共六十一就以六乘

之得六十九為法再方法三乘虛法九十得二千八十八除實訖又以次

商六尺自乘再乘得二百一十六尺為隅法除實餘實四尺不盡却以所商立方

六尺自乘得三十六尺又以三因得七十六尺另將十六尺以三因之得四十八

尺再加隅法尺併三數共得八百一十七尺命之曰每方一十六尺零八寸一十

七分尺之五十四

立方問銀法○今有銀一萬兩問方若干

置銀一萬兩為實以銀率

每寸一... 法除之得七百一十四寸二

每面方八寸九分三厘有零不盡

解義 將銀一萬兩以十四兩為法除之有不尽四寸訣七百一十四

寸零十口分寸之四細分之法七百一十四寸二分八厘五毫

帶縱開立方法 今有左方積一千二百九十六尺只云方比高多三尺

問方高各若干 (舊法) 置積九千六百為實於中另置方多三自乘得

尺為縱方再置尺三倍之得尺為縱廉約積一千九百尺今有縱方止高九尺置

於左位另以尺九自乘得八尺加入縱方尺共九尺為方法另以縱方尺

以縱廉尺乘之得五尺十為廉法二法併共一百四尺置於右下與所商尺

相呼一九除實百四九除實三百四九除實六十四尺共除一千二百實盡

以所商得高九尺加方多尺得方一丈二尺

解義

以所商九尺自乘得八十一尺平方面也。縱原六尺每原三尺共二原也。加入此方九尺小隅方也。眾多三尺隅忘三尺得九尺也。合之共成每面一十二尺。却以所商九尺呼十二尺平方之積。以除原積恰盡。若原積是十二尺。自乘得一百四十四尺。以高九尺乘之得一千二百九十六尺。若以一百四十四尺除原積即得高九尺。今以九尺與一百四十四尺合除是除九個一百四十四尺。故除積恰盡。而所商九尺即高也。此乃先開平方却以高尺數乘之除積也。

約縱開立方法。今有立方積二萬九千八百零八尺高比方不及一丈

三尺問高方各若干

置積

二萬九千八百零八尺

為實約實

七千餘商十三

尺自乘得百九再乘得千二萬七

尚有餘積

又約商三十尺自乘得一千二百

另置三十尺減不及三十尺餘三十尺乘之得二千九百八

除實恰盡得高二

千三尺

方三十六尺

除實恰盡得高二

千三尺

方三十六尺

除實恰盡得高二

千三尺

方三十六尺

除實恰盡得高二

千三尺

方三十六尺

除實恰盡得高二

千三尺

方三十六尺

除實恰盡得高二

解義

以三十六尺自乘方面也以二十三乘之以高乘方也約積

數先商三十除定不盡又改商三十六尺是混大方約商故以高比方不及十三尺以除方數

以東方積合除積為準也

又約縱開立方法○今有立方積一千七百八十七萬五千尺只云高闊

相等長多闊三十六尺問高闊及長各若干

得二百自乘得四萬再乘得八萬又約商二百五自乘得六萬二千再

以二百五乘之得二萬五千尺除積訖餘積五萬尺為實另置所

商二百五自乘得六萬二千以長多六尺乘之得五萬尺除實恰盡

得高與闊各二百五十五尺加入長多六尺得長二百八十六尺

江是先取大平方面却以不及或去乘之此是先符不及一乘

開三乘立方法○今有三乘立方積二千零一十五萬一千一百二十一

尺問方面及高各若干

①法置積

二千零一十五萬一千一百二十一尺

為實於中用

開平方法除之得

四百四十九尺

又為實用開平方法除之得方六十七尺

自乘得高四千四百八十九尺

②法置積為實於中初商六於左下

法亦置六於右自乘得

三十六再乘得

二千一百一十六為隅法與上商六相呼

二六除

百一十二

一六除

六十六

六六除

三十三共除一千二百餘實七百一十九萬

二千一百一十六

乃以四乘隅法

萬六千一

得八十六

為方法另置初商六

自乘

得三千六

又以六因之得

二萬一千

為上廉

又以四乘初商

六得二百四

為下廉

次商七於左

六之次下法亦置

七

自乘得

四十九再乘得

為隅法

又以次商

七乘上廉

二萬一

得一千二百

又以七乘下廉

得百八十六再乘得七萬一千併方法萬四千六百上廉一千二百萬下無一千
 七百陽法三百四共一千零二萬七皆與次商尺相呼一七除七百二
 六十除一十七七除四萬三千三百零三三除一尺共除一千一百二十九萬
 七除四萬七千九百三十七除一千三百三十七除一尺共除一千一百二十九萬

尺一除實恰盡得方面六十七尺

解義三乘之法如方面六十七尺一乘得四千四百八十九尺是
 立方三乘得二千零一十五萬七千六百一十三尺是六面皆六十七尺即
 面皆六十七尺高計四萬四千八百九十六尺物高以六十尺自乘再乘三
 乘得一千二百九十六萬即六千一百六十六尺小立方高計三
 千六百尺其以一百九十六萬乘得二十一萬六千本方法乃為高計三
 者因高數過長一乘再乘得二十一萬六千本方法乃為高計三
 六十個小立方面方平廉也五方宜用三平廉今四因者其三係平
 廉其一即一小立方面方平廉也五方宜用三平廉今四因者其三係平
 因一小方又同作七個六尺一乘再乘三乘之小方也又六因者三
 千六百即六十個小立方之長廉也長廉亦宜用三廉今六因者其
 三係長廉其三係一個小立方之長廉也長廉亦宜用三廉今六因者其

尺即一小立方之三平康也後又以七因再七因之再因三長亦為
 長應之立器掃獨再因一小方之三平康一因六尺為平康之立調再
 即因作七個小立而之平應也又以四因六十尺為下應即下七
 小立方之長應也長應亦止用三應又四因者其三為一小方之三
 長應其一即上六十個小立方之數也後皆以七因再四因三以
 七因三次七個長應二次為長應之立調橫調一次為四因七個小
 方之長康三次七個長應二個小立方內平應長應俱備
 各缺一七尺小隅得六十七因再七因三以七因即是以七尺
 自乘再乘得一七尺小立方以六寸乘之得六十個小立方以完
 各隅也下七個小立方平康長康六尺止缺七隅其得七尺自乘再
 乘為隅法即一個小方之隅也後又以七乘即乘作七個小隅以完
 七小方也此皆前人規算成數之法高妙然令人思索難到今依關
 立方正法倚利于後俾覽者易了○前法持積兩度
 關方即得方面若得兩度自乘與三乘同積故也

⑤法置積二千零一十五為一為實初商十六於左亦置十六於右法位自
 乘得三十六為平方再乘得二十一為小立方三乘得九十六為六
 十個小立方除積九千二百餘積一千一百二十九萬一尺次商七於左初

商^{十六}之次下法亦置^七於^{十六}之次却以^{百三十六}為一^五方面以^三因之

得^{一萬零八百}尺為一小方平廩又以^{六十}為一方面長以^三因之得^{十萬八}

為一小方長廩又以次商^七自乘再乘得^{三百四十三}尺為一小方隅法却將

平廩以次商^七因之為平廩立潤得^{六萬五千}又將長廩以次商^七因

之為長廩橫潤再因^七長廩立潤得^{八千八百}併平廩^{七萬五千}長廩^{八百}

二隅法^{三百四十三}尺共得^{八萬四千七百六十三}尺却以小方^{十六}因之得^{五百零八萬五千}

除積訖餘積^{三百四十一萬五千}尺另將初次商^七共^{六十}尺自乘得^{四千四百}尺

再乘得^{三十萬零七百六十三}尺以次商^七因之得^{二百一十萬五千}除實恰盡得

方^面六十七尺^又增^法置積為實初商^{十六}於左自乘再乘三乘得^千

二百九次商^七於左初商^{十六}之次即將初次商^七共^{六十}尺自乘得^{四千}

十六萬尺

九又置初次商七十以初商六十乘之得二千零四又置初商六十自乘
得三十六併三數共一萬二千一百零九尺一另置初商六十以次商七乘之得四
百二十以乘一萬二千一百零九尺得二千七百八十八尺併加前初商三乘九千六百
共五千七百八十八尺却以初次商六十乘之得一十二萬零九百零六
以初商六十歸之得千一百二十一尺除實恰盡以所商得方面六

十七尺

解義前法以初商六十自乘再乘為立方三乘是乘作六十個立方
廉賜共成全六十個六十七尺方而始立方尚少七個立方以六
十七尺一乘再乘三乘得一個立方又以七個立方以六
七尺三乘之積後法以初次商自乘又以初商乘初商以初商
自乘即前不用廉賜求立方之法其又以次商七乘初商六十為法
乘三數者以七乘是完三數之立觀以六十乘是前三數亦止一
方之廉賜故因作六十個立方之廉賜也然原積是六十七個立方

今止有六十個是比原積止有六十七分之六十
故以六十七因乘以六十歸合原積而除為差也

立圓開方問徑周歌○立圓問徑法何如○十六乘積九歸除○立圓若
問圓周數○四十八乘為則度○二數俱用開立方○問徑問周兩不
誤

立圓開方問徑法○今有立圓積六萬二千二百零八尺問立圓徑若干

舊法置積

六萬二千二百零八尺

以十六乘之得

九十九萬五千

以九歸之得

十一萬零五百

九十二尺

為實以開立方方法除之初商

於左亦置

於右自乘得

一千六百

再乘得四千餘實餘實

四萬三千五百

另將初商

以三因之得百

十二為方法列位次商

於初商之次亦置

於下法共

八十尺就以次商

八乘之得

三百八十四尺

為康法以方乘應得

四萬六千

除實又另置次商

八尺

自乘再乘得

十二尺為隅法除實恰盡得

立圓徑四十八尺

此圓徑如國徑

解義

平圓不離平方立圓亦不離立方其以十六乘九除得十一

即立圓徑也其以十六乘九除得十一

得七分平圓得平方四分之三圓得三分四隅得一分立圓如國

四隅得九乘五圓數是十六分之二是平圓數又將十二三圓

一乘再乘之義立方是一乘再乘而得立圓亦本立方一三圓四

再三圓四梯得將立方面四十八尺一乘再乘得立方積一十一

萬零五百九十二尺將一十一萬零五百九十二尺一三圓四梯再

三圓四梯得六萬二千二百零八尺即立圓之積若因徑問積將徑

四十八尺一乘再乘得積用九圓十六除得立圓積

立圓開方問周法○今有立圓積六萬二千二百零八尺問立圓周若干

置積數以八尺乘之得千九百八十八尺為實以開平方除之

初商一百於左自乘得萬再乘得萬除實訖以商十四於左初商百之

次位就於下法置初次商共一百自乘得一千六百又置初次共商一百

以初商百乘之得四千又置初商百自乘得萬併三數共四萬三千六百以次

商十乘之得四萬四千除實訖餘積九百八十四尺再商於左初次

商四下之亦置尺於下法共一百四尺自乘得三十六尺又置初次

三商十四尺以初次商十尺乘之得一百六十尺又置初次商共一百

尺自乘得一千九百併三數共六萬零四百以三商四乘之得一千九百

八十尺除實恰盡得周(一百四十四尺)

解義周將積以四十八乘之皆一個圓周係三圓徑即三個方

乘之高俱三個每一個平方因作三個立方共三九二五個立方

以九邊之得四十八是四十八箇立圓積合二十七個立圓積以

四十八乘立圓積得二百九十八萬五千九百八十四尺

四十一萬零五百九十二尺五方積也

金毬問徑難題駐馬聽○不比尋常欲造金毬內外光要求高徑尺寸今

有金積難眼睛黃百二十一五分詳立圓高許如等杖折半曾量折半

曾量金實虛積無偏向此言金球積一百二十一分問球徑若干置金積一百二十一

分以六乘之得四十四寸以九歸之得十六寸為實以開立方方法除之

初商六自乘得六寸再乘得三十六寸除實恰盡得徑高六寸

金毬以徑問積難題歛○有個金毬裏面空毬高尺二厚三分一寸自方

十六兩試問金毬多少金置毬二十寸自乘再乘得二千七百寸以

九因六除得九百七寸為金毬積另置高二寸將厚分得六以減高二寸

餘得毬內空徑十四分亦用自乘再乘得一寸五分四厘亦以九因六

六

除得八兩三分六厘為毬內空積以減全金毬積餘一百三十八每方寸
一變為一百三十八斤零數用斤兩加六法得四十分併之得（總重）一百三
十八斤十兩零二錢四分